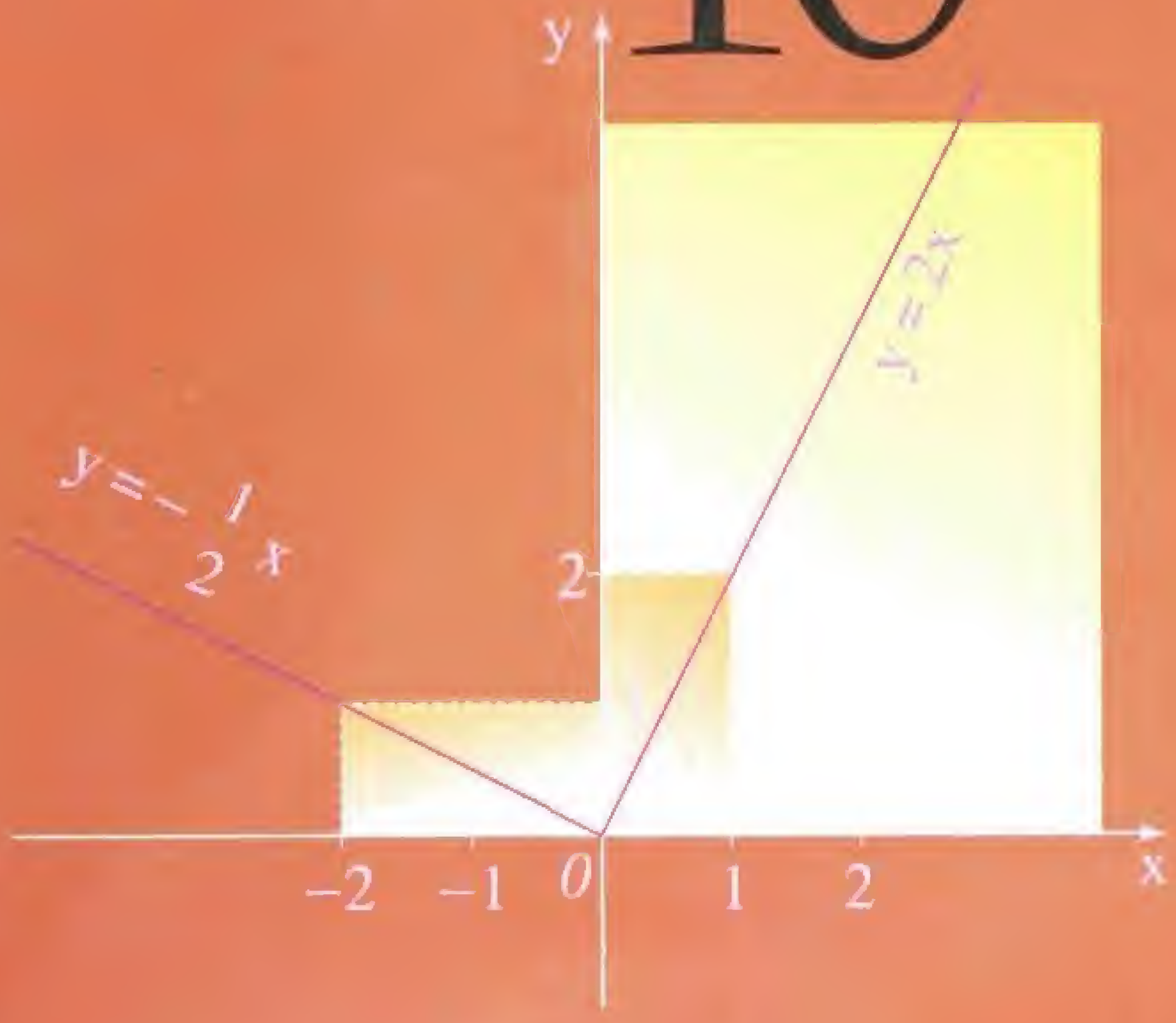
TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG ĐẠI SỐ NÂNG CAO

TẬP HAI

10



NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG
ĐẠI SỐ
10
NÂNG CAO - TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chương IV

BẤT ĐẲNG THỨC VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

PHẦN 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương IV :

Bất phương trình : Bất đẳng thức ; Đại cương về bất phương trình ; Bất phương trình và hệ bất phương trình một ẩn; Dấu của nhị thức bậc nhất ; Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn; Dấu của tam thức bậc hai; Bất phượng trình bậc hai; Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai.

Bất đẳng thức

Ôn tập về khái niệm bất đẳng thức; Bất đẳng thức về trung bình cộng và trung bình nhân (bất đẳng thức Cô – si); Bất đẳng ṭhức chứa giá trị tuyệt đối.

Nội dung chính của phần này là xây dựng quan hệ thứ tự trên tập hợp số thực. Sách trình bày một cách hết sức cơ bản, hệ thống về bất đẳng thức. Trong phần này cũng đưa ra các tính chất, quy tắc về bất đẳng thức, từ đó giúp học sinh chứng minh được các bất đẳng thức đơn giản. Đặc biệt trong phần này có đưa vào hai bất đẳng thức : Bất đẳng thức về trung bình cộng và trung bình nhân; bất đẳng thức có giá trị tuyệt đối

Bất phương trình

Về mặt hình thức, bất phương trình được trình bày cơ bản như phương trình, nhưng chỉ khác ở đây đã xây dựng quan hệ thứ tự trên tập hợp số thực. Nội dung cơ bản là trình bày về bất phương trình một ẩn mà ở đó cũng đưa ra các quy tắc cơ bản để tìm nghiệm của chúng. Đặc biệt là nội dung về kinh điển là dấu của nhị thức bậc nhất và dấu tam thức bậc hai, áp dụng chúng trong việc

giải bất phương trình bậc nhất và bất phương trình bậc hai. Trong chương này cũng đưa thêm khái niệm về bất phương trình bậc hai hai ẩn, ở đó có dáng dấp của bài toán kinh tế, bài toán tối ưu.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

Hiểu khái niệm bất đẳng thức; chứng minh bất đẳng thức.

Hiểu ý nghĩa các quy tắc và tính chất của bất đẳng thức và vận dụng được trong việc chứng minh bất đẳng thức.

Nắm được một cách chắc chắn về khái niệm bất phương trình, tập nghiệm và quan hệ tương đương của các bất phương trình.

Nắm được các kiến thức cơ bản nhất về dấu của nhị thức bậc nhất và tam thức bậc hai, vận dụng linh hoạt trong việc giải bất phương trình

Nắm được các khái niệm Về bất phương trình bậc nhất hai ẩn, tập nghiệm của chúng và vận dụng trong giải bài toán kinh tế.

2. Kĩ năng

Chứng minh thành thạo các bất đẳng thức, vận dụng linh hoạt các quy tắc: chuyển vế, nhân hoặc chia hai vế của một bất đẳng thức với một số.

Giải một cách thành thạo các bất phương trình bậc nhất và bất phương trình bậc hai.

- Biết xác định tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn, từ đó manh nha giải các bài toán kinh tế rất đơn giản.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.

Cẩn thận chính xác trong lập luận và tính toán.

PHẦN 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Bất đẳng thức và chứng minh bất đẳng thức (tiết 1, 2, 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

Các khái niệm về bất đẳng thức.

Các tính chất của bất đẳng thức.

Các bất đẳng thức cơ bản và các tính chất của nó.

Hệ thống được các bất đẳng thức, từ đó hình thành các phương pháp chứng minh các bất đẳng thức.

Vận dụng các bất đẳng thức Cô–si, bất đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối để giải các bài tập có liên quan.

Biết tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của một hàm số, một biểu thức dựa vào bất đẳng thức.

2. Kĩ năng

HS phải chứng minh được các bất đẳng thức đơn giản.

Vận dụng thành thạo các tính chất của bất đẳng thức để biến đổi, từ đó giải được các bài toán về chứng minh bất đẳng thức, tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số, của một biểu thức.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản, các tính chất và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống, bước đầu có tư duy cực trị trong quá trình sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Để đặt câu hỏi cho HS, trong quá trình thao tác dạy học GV có thể chuẩn bị một số kiến thức mà HS đã học ở lớp 8 về bất đẳng thức

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 2.

Tiết 2 : Từ phần 3.

Tiết còn lại : chữa bài tập.

IV TIẾN TRÌNH DAY HOC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

So sánh các số sau:

a) 2007^{2006} và 2006^{2007}

b) $5+\sqrt{3}$ và $(1+\sqrt{3})^2$

Câu hỏi 2

Những kết luận sau đây, kết luận nào đúng?

(a) $x^2 + x + 1 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(b) Vì $3 > 2$ nên $3a > 2a \quad \forall a \neq 0$.

(c) $x^2 - 1 > 0 \ \forall \ x \in R$.

(d) $3 > 2$ và $a > b$ nên $3a > 2b$.

GV : Chỉ có (a) là đúng.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Ôn Tập và bổ sung tính chất của bất đẳng thức

• GV nêu vấn đề:

H1. Hãy nêu khái niệm về bất đẳng thức.

H2. Thế nào là chứng minh bất đẳng thức?

H3. $a^2 + b^2 < -2$ có phải là bất đẳng thức hay không? nếu phải thì đây là bất đẳng thức đúng hay sai?

• GV nêu định nghĩa:

Các mệnh đề dạng "a < b" hoặc "a > b" "a ≥ b" "a ≤ b" được gọi là những ***bất đẳng thức***.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Điền vào chỗ trống: a < b ⇔ a – b < …. a – b < 0 ⇔ a … b. **Câu hỏi 2** điền vào chỗ trống a – b –1< 0 ⇔ a < …	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** a < b ⇔ a – b < 0 a – b < 0 ⇔ a < b. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** a – b –1< 0 ⇔ a < b + 1.

• Tính chất của bất đẳng thức

GV: *Cho HS đọc và xem xét trang 104 SGK. Sau đó chia HS thành 4 nhóm, mỗi nhóm thảo luận và cử đại diện lên bảng thực hiện thao tác điền vào chỗ trống.*

Nhóm 1. Điền dấu > hoặc < vào chỗ trống.

Tính chất		***Tên gọi***
Điều kiện	***Nội dung***	
	$a < b \Leftrightarrow a + c \ldots b + c$	Cộng hai vế của bất đẳng thức với một số
$c > 0$	$a < b \Leftrightarrow ac \ldots bc$	Nhân hai vế của bất đẳng thức với một số
$c < 0$	$a < b \Leftrightarrow ac \ldots bc$	
	$a < b$ và $c < d \Rightarrow a + c \ldots b + d$	Cộng hai bất đẳng thức cùng chiều
$a > 0, c > 0$	a $< b$ và $c < d \Rightarrow ac \ldots bd$	Nhân hai bất đẳng thức cùng chiều
	$a > b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} \ldots \sqrt[3]{b}$	

Nhóm 2. Điền dấu > hoặc < vào chỗ trống.

Tính chất		***Tên gọi***
Điều kiện	***Nội dung***	
n nguyên dương	$a > b \geq 0 \Rightarrow a^n \ldots b^n$	Nâng hai vế của bất đẳng thức lên một luỹ thừa
$a > 0$	$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} \ldots \sqrt{b}$	Khai căn hai vế của một bất đẳng thức
	$a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} \ldots \sqrt[3]{b}$	

Nhóm 3. Điền ⇒ hoặc ⇔ vào chỗ trống.

Tính chất		***Tên gọi***
Điều kiện	***Nội dung***	
	$a < b \ldots a + c < b + c$	Cộng hai vế của bất đẳng thức với một số

$c > 0$	$a < b \ldots ac < bc$	Nhân hai vế của bất đẳng thức với một số
$c < 0$	$a < b \ldots ac > bc$	
	$a < b$ và $c < d \ldots a + c < b + d$	Cộng hai bất đẳng thức cùng chiều
$a > 0, c > 0$	a $< b$ và $c < d \ldots ac < bd$	Nhân hai bất đẳng thức cùng chiều
	$a < b \ldots \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$	

Nhóm 4. Điền $\Rightarrow$ hoặc $\Leftrightarrow$ vào chỗ trống.

Tính chất		***Tên gọi***
Điều kiện	***Nội dung***	
n nguyên dương	a $> b \geq 0 \ldots a^n > b^n$	Nâng hai vế của bất đẳng thức lên một luỹ thừa
$a > 0$	$a < b \ldots \sqrt{a} < \sqrt{b}$	Khai căn hai vế của một bất đẳng thức
	$a < b \ldots \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$	

Sau đó GV nêu tóm tắt các tính chất và hệ quả của các bất đẳng thức trong SGK.

+ Các tính chất:

a $> b$ và $b > c \Rightarrow a > c$;

$a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$

Nếu $c > 0$ thì $a > b \Leftrightarrow ac > bc$;

Nếu $c < 0$ thì $a > b \Leftrightarrow ac < bc$.

+ Các hệ quả:

$a > b$ và $c > d \Rightarrow a + c > b + d$;

$a + c > b \Leftrightarrow a > b - c$;

$a > b \geq 0$ và $c > d \geq 0 \Rightarrow a.c > b.d$;

$a > b \geq 0$ và $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a^n > b^n$;

$a > b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$;

$a > b \Rightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$

• GV nêu ví dụ 1 trong SGK và cho HS làm, gợi ý bằng các câu hỏi sau:

H1. Bình phương hai vế của một bất đẳng thức, ta được bất đẳng thức cùng chiều Đúng hay sai?

H2. Nếu sai cần bổ sung điều kiện gì để được khẳng định đúng?

H3. Giả sử $\sqrt{2} + \sqrt{3} > 3$. hãy bình phương hai vế và so sánh.

• GV nêu quy ước trong SGK.

• Nêu ví dụ 2 trong SGK và cho HS làm, gợi ý bằng các câu hỏi sau:

H1. Hãy chuyển vế và đưa bất đẳng thức về dạng : $f(x) > 0$

H2. Hãy chứng minh $f(x) > 0$ là bất đẳng thức đúng.

• Nêu ví dụ 3 trong SGK và cho HS làm, gợi ý bằng các câu hỏi sau:

H1. Hãy nêu mối quan hệ giữa các cạnh trong tam giác.

H2. Giải thích vì sao $a^2 \geq a^2 - (b - c)^2$

H3. Giải thích vì sao $(a - b + c)(a + b - c) = a^2 - (b - c)^2$

H4. Hãy làm tương tự và chứng minh bất đẳng thức đã cho.

2. Bất đẳng thức về giá trị tuyệt đối.

• GV nêu các bất đẳng thức trong SGK

$$-|a| \leq a \leq |a| \text{ với mọi } a \in R.$$

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a < x < a \text{ với } a > 0.$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ hoặc } x > a \text{ với } a > 0.$$

• GV nêu bất đẳng thức quan trọng sau:

$$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b| \text{ (với mọi } a, b \in \mathbb{R}).$$

GV cho HS chứng minh bất đẳng thức trên (kể cả **H1** bằng HĐ sau).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy chứng minh bất đẳng thức : $\|a+b\| \le \|a\| + \|b\|$ bằng cách bình phương hai vế.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\|a+b\| \le \|a\| + \|b\|$ $\Leftrightarrow (a+b)^2 \le a^2 + 2\|ab\| + b^2$ $\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \le a^2 + 2\|ab\| + b^2$ $\Leftrightarrow ab \le \|ab\|$
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh bất đẳng thức : $\|a\| - \|b\| \le \|a+b\|$ bằng cách bình phương hai vế.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\|a+b\| \ge \|a\| - \|b\|$ $\Leftrightarrow (a+b)^2 \ge a^2 - 2\|ab\| + b^2$ $\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \ge a^2 - 2\|ab\| + b^2$ $\Leftrightarrow ab \ge -\|ab\|$
Câu hỏi 3 Hãy chứng minh bất đẳng thức : $\|a\| - \|b\| \le \|a+b\|$ bằng cách sử dụng câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $\|a\| = \|a+b-b\| \le \|a+b\| + \|-b\|$ $= \|a+b\| + \|b\|$ Chuyển vế ta được ĐPCM.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Bất đẳng thức trung bình cộng và trung bình nhân

a) Đối với hai số không âm

- GV nêu định lí.

Với mọi $a \ge 0, b \ge 0$ ta có

$$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Sau đó GV nêu các câu hỏi

H1. Hãy phát biểu định lí bằng lời.

Để chứng minh định lí, GV nêu các câu hỏi sau:

H2. Điền các dấu $>, <, \geq, \leq$ vào chỗ trống sau:

$$\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2} = -\frac{1}{2}(a+b-2\sqrt{ab}) = -\frac{1}{2}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ldots 0 .$$

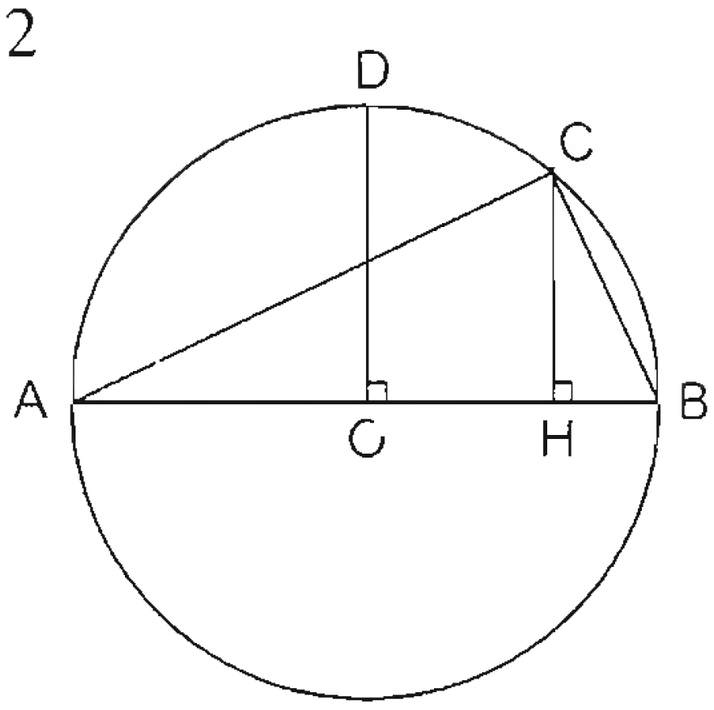
H3. Hãy kết luận và chỉ ra trường hợp dấu bằng xảy ra.

H4. Vận dụng định lí hãy chứng minh $|\tan x + \cot x| \geq 2$

- Thực hiện **H2**

GV cho HS đọc và hiểu nội dung **H2**.

GV treo hình 4.1. Sau đó thực hiện theo các thao tác sau:



GV thao tác trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định góc $\widehat{ACB}$ **Câu hỏi 2** Hãy tính OD. **Câu hỏi 3** Hãy tính CH. **Câu hỏi 4** Hãy so sánh OD và CH, từ đó rút ra bất đẳng thức.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\widehat{ACB} = 90^o$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $OD = \frac{a+b}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $CH = \sqrt{ab}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $OD \geq CH$ từ đó ta có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

- GV nêu ví dụ 4 và hướng dẫn HS làm theo các câu hỏi sau:

H1. Hãy phân tích vế trái thành tổng của những số có dạng nghịch đảo của nhau.

H2. Hãy áp dụng bất đẳng thức Cô-si.

• GV phát biểu hệ quả bằng lời:

HỆ QUẢ

Nếu hai số dương thay đổi nhưng có tổng không đổi thì tích của chúng lớn nhất khi hai số đó bằng nhau. Nếu hai số dương thay đổi nhưng có tích không đổi thì tổng của chúng nhỏ nhất khi hai số đó bằng nhau.

Sau đó hướng dẫn HS chứng minh theo các câu hỏi sau đây:

H1. Chứng minh $\frac{S}{2} \geq \sqrt{xy}$

H2. xy lớn nhất khi nào?

H3. Chứng minh $x + y \geq 2\sqrt{P}$

H4. x+ y nhỏ nhất khi nào?

H5. Áp dụng hệ quả hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức của biểu thức :

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

• GV nêu ứng dụng :

Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng chu vi, hình vuông có diện tích lớn nhất. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích, hình vuông có chu vi nhỏ nhất.

• GV nêu ví dụ 5 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu hỏi sau:

H1. Chứng minh rằng $f(x) \geq 2\sqrt{3}$

H2. Dấu bằng xảy ra khi nào?

b) Đối với ba số không âm

• GV nêu định lí

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

$$\frac{a+b+c}{3} = \sqrt[3]{abc} \Leftrightarrow a = b = c$$

(với mọi a, b, c ≥ 0).

Sau đó GV đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Hãy phát biểu định lí bằng lời.

H2. Nếu bỏ đi điều kiện ba số không âm thì định lí còn đúng hay không? hãy nêu một ví dụ.

• GV nêu ví dụ 6.

Sau đó hướng dẫn HS chứng minh bằng các câu hỏi sau đây:

H1. Hãy áp dụng định lí về bất đẳng thức Cô-si cho ba số a, b, c.

H2. Hãy áp dụng định lí về bất đẳng thức Cô-si cho ba số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

H3. Hãy chứng minh bất đẳng thức trên.

H4. Dấu bằng xảy ra khi nào?

• Thực hiện **H2**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phát biểu kết quả tương tự hệ quả trên cho trường hợp ba số dương. **Câu hỏi 2** Nếu bỏ đi điều kiện ba số dương thì kết quả còn đúng hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Nếu ba số dương thay đổi nhưng có tổng không đổi thì tích của chúng lớn nhất khi ba số đó bằng nhau. Nếu ba số dương thay đổi nhưng có tích không đổi thì tổng của chúng nhỏ nhất khi ba số đó bằng nhau. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Các bất đẳng thức có dạng $a < b$, $a > b$, $a \leq b$, $a \geq b$.

2. Các tính chất của bất đẳng thức.

Tính chất	
Điều kiện	***Nội dung***
	$a < b \Leftrightarrow a + \alpha < b + \alpha$
$\alpha > 0$	$a < b \Leftrightarrow a\alpha < b\alpha$
$\alpha < 0$	$a < b \Leftrightarrow a\alpha > b\alpha$
	$a < b$ và $c < d \Rightarrow a + c < b + d$
$a > 0, c > 0$	a $< b$ và $c < d \Rightarrow ac < bd$
n nguyên dương	$a < b \Leftrightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$
	$0 < a < b \Rightarrow a^{2n} < b^{2n}$
$a > 0$	$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$
	$a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

3. Bất đẳng thức Cô-si:

Trung bình nhân của hai số không âm nhỏ hơn hoặc bằng trung bình cộng của chúng.

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}, \qquad \forall a, b \geq 0.$$

Đẳng thức $\sqrt{ab} = \frac{a+b}{2}$ *xảy ra khi và chỉ khi* $a =$ b.

Các hệ quả:

Hệ quả 1

Nếu x, y cùng dương và có tổng không đổi thì tích xy lớn nhất khi và chỉ khi $x = y$.

Hệ quả 2

Nếu x, y cùng dương và có tích không đổi thì tổng $x + y$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $x = y$.

4. Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Điều kiện	*Nội dung*
	$\|x\| \geq 0, \|x\| \geq x, \ \|x\| \geq -x$
$a > 0$	$\|x\| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
	$\|x\| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$ hoặc $x \geq a$
	$\|a\| - \|b\| \leq \|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Hãy điền các dấu ≥ hoặc ≤ vào chỗ trống sau đây :

(a) $a^2 + b^2$ ... $2ab$; (b) $b^2 + c^2$ ... bc;

(c) $a^2 + c^2$ ... $2ac$; (d) $a^2 + b^2 + c^2$ ... $ab + bc + ca$

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	≥	≥	≥	>

2. Trong các khẳng định sau, hãy chọn khẳng định đúng với mọi x.

(a) $x^2 > x$ (b) $x^2 = x$

(c) $2x^2 \geq -x$ (d) $2x^2 \geq x^2$

Trả lời. (d).

3. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(a) $x + |x| \geq 0$ (b) $x - |x| \geq 0$

(c) $-2x + |x| \leq 0$ (d) $x + 2|x| < 0$.

Trả lời. (a).

4. Hãy điền các dấu (>, <, =) vào các chỗ trống thích hợp sau :

(a) $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$; (b) $\sqrt{5}$ $\sqrt{7}$

(c) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ $\sqrt{3} + \sqrt{7}$; (d) $\sqrt{10}$ $\sqrt{22}$

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	<	<	<	<

5. Hãy điền đúng – sai vào các câu sau :

(a) $4 > 2 \Rightarrow 4a > 2a$: ☐

(b) $4 > 2 \Rightarrow 4a < 2a$; ☐

(c) $4 > 2 \Rightarrow 4a > 2a \ \forall a > 0$; ☐

(d) $4 > 2 \Rightarrow 4a < 2a \ \forall a < 0$. ☐

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	S	S	Đ	Đ

6. Hãy điền đúng – sai vào các câu sau đây :

(a) $2006 > 2005, a > b \Rightarrow 2006a > 2005b$ ☐

(b) $2006 > 2005, a < b \Rightarrow 2006a < 2005b$ ☐

(c) $2006 > 2005, a > b \Rightarrow 2006 + a > 2005 + b$ ☐

(d) $2006 > 2005, a > b \Rightarrow \dfrac{2006}{a} > \dfrac{2005}{b}$ ☐

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	Đ	Đ	Đ	S

7. Hãy điền đúng – sai vào các câu sau đây :

(a) $5 > b \Rightarrow \sqrt{5} > \sqrt{b}$ ☐

(b) $5 > b > 0 \Rightarrow \sqrt{5} > \sqrt{b}$ ☐

(c) $a > b \Rightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ ☐

(d) $a > b \Rightarrow a^n > b^n \quad n \in Z^-$ ☐

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	S	Đ	Đ	S

8. Cho a, b là 2 số cùng dấu. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$;

(b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$;

(c) $\left|\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right| \geq 2$:

(d) $\left|\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right| \leq 0$.

Trả lời. (c).

9. Cho $a > b > 0$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :

(a) $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$;

(b) $\frac{a}{b} < \frac{b}{a}$;

(c) $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$:

(d) cả ba câu đều sai.

Trả lời. (c).

10. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :

(a) $a^4 + 1 \geq a^3 + a \ \forall a \in \mathbb{R}$;

(b) $a^4 + 1 < a^3 + a \ \forall a \in \mathbb{R}$;

(c) $a^4 + 1 \geq \frac{1}{2}\ \forall\ a \in \mathbb{R}$; (d) $a^4 + 1 = \frac{1}{2}\ \forall a \in \mathbb{R}$.

Trả lời. (c).

11. Cho $\frac{a}{b} < \frac{1}{2}$ (với $b > 0$) hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :

(a) $\frac{a+1}{b} < \frac{1}{2}$; (b) $\frac{a+1}{b} <- \frac{1}{2}$;

(c) $\frac{a+1}{b+2} < \frac{1}{2}$; (d) $\begin{cases} a < 1 \\ b < 2 \end{cases}$

Trả lời. (c).

12. Hãy chọn đúng – sai trong các câu sau

(a) $|a| - 1 \leq |a - 1|$ ☐

(b) $|a| - 1 \leq |a + 1|$ ☐

(c) $|a| + 1 \geq |a - 1|$ ☐

(d) $|a| + 1 \geq a$ ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
Điền	Đ	S	Đ	Đ

13. Hãy chọn kết luận đúng trong các kết quả sau

(a) $|x| \leq 1 \Leftrightarrow x = 1$; (b) $|x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$;

(c) $|x| \leq -1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$; (d) $|x| \leq -1 \Leftrightarrow x = -1$.

Trả lời. (b).

14. Chọn bất đẳng thức đúng trong các bất đẳng thức sau

(a) $x^2 + x - 1 \geq 0\ \forall x$;

(b) $x^2 + x + 1 \geq 0\ \forall x$;

(c) $-x^2 + x + 1 > 0\ \forall x$;

(d) $x^2 - x - 1 > 0\ \forall x$.

Trả lời. (b).

15. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $x^2 + 1 < 1$;

(b) $x^2 - x + 1 > 0\ \forall x$;

(c) $x^2 - x + 1 = 0\ \forall x$;

(d) $x^2 - x + 1 = 0$ tại x nào đó.

Trả lời. (b).

16. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $0 < a < 1$ thì $\frac{1}{a} < \frac{2}{a+1}$;

(b) $0 < a < 1$ thì $\frac{1}{a} > \frac{2}{a+1}$;

(c) $0 < a < 1$ thì $\frac{1}{a} = \frac{2}{a+1}$;

(d) $0 < a < 1$ thì $\frac{1}{a} < \frac{1}{a+1}$

Trả lời. (b).

17. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

(b) $-a - b - c \leq -3\sqrt[3]{abc}$;

(c) $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq 3\sqrt[3]{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$;

(d) $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq 3\sqrt[3]{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$

Trả lời. (c).

18. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$;

(b) $-a - b - c \leq -3\sqrt[3]{abc}$;

(c) $-\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c} \leq -3\sqrt[3]{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$;

(d) $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq 3\sqrt[3]{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$

Trả lời. (c).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1.

GV: Hướng dẫn học sinh làm bài tập này ở nhà.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Nhận xét gì về dấu của hai số a và b. **Câu hỏi 2** Hãy điền vào chỗ trống sau: $\frac{1}{a} = \frac{1}{ab}.b....\frac{1}{ab}.a = \frac{1}{b}$ **Câu hỏi 3** Giải thích tại sao: $\frac{1}{ab}.b < \frac{1}{ab}a.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai số a và b cùng dấu. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{a} = \frac{1}{ab}.b < \frac{1}{ab}.a = \frac{1}{b}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vì $\frac{1}{ab} > 0$ và $b < a$.

Bài 2.

GV: Hướng dẫn học sinh làm bài tập này ở nhà.

– Ôn lại tính chất ba canh của tam giác.

– Các tính chất của bất đẳng thức.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Nếu ba cạnh của tam giác là a, b, c. Tính nửa chu vi p của tam giác. **Câu hỏi 2** Hãy tính p – a, p – b, p – c.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $p = \frac{a+b+c}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $p - a = \frac{a+b+c-2a}{2} = \frac{b+c-a}{2}$ $p - b = \frac{a+c-b}{2}$. $p - c = \frac{b+a-c}{2}$

Câu hỏi 3	Gợi ý trả lời câu hỏi 3
Chứng minh bài toán trên.	Vì $\frac{1}{ab} > 0$ và b < a.

Bài 3.

GV: Hướng dẫn

– HS ôn tập lại các tính chất của bất đẳng thức.

– Một số kĩ năng biến đổi bất đẳng thức.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Hãy đưa bất đẳng thức về dạng $f(x) \geq 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh bất đẳng thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Nhân cả hai vế với 2 ta có. $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$ $\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0.$
Câu hỏi 3 Dấu bằng xảy ra khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $a - b = b - c = c - a = 0$ tức là $a = b = c.$

Bài 4.

Hướng dẫn câu b)

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Nhận xét về dấu của hai vế của bất đẳng thức.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai vế của bất đẳng thức không âm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Câu hỏi 2 Hãy bình phương hai về và chứng minh bất đẳng thức	$\left(\sqrt{a+2}+\sqrt{a+4}\right)^2 \le \left(\sqrt{a}+\sqrt{a+6}\right)^2$ hay là $a+2+a+4+2\sqrt{(a+2)(a+4)} \le a+a+6+2\sqrt{a(a+6)}$ nên $\sqrt{(a+2)(a+4)} \le \sqrt{a(a+6)}$. Do đó $(a+2)(a+4) \le a(a+6)$ hay là $a^2+6a+8 \le a^2+6a$ nên $8 \le 0$. Đó là điều vô lí. Vậy $\sqrt{a+2}+\sqrt{a+4} > \sqrt{a}+\sqrt{a+6}$ $(a \ge 0)$.
Câu a) là dạng đặc biệt của câu b) với a = 2002.	

Bài 5.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này

– Ôn lại định lí bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Nhận xét về dấu của hai số $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai số này có dấu dương.
Câu hỏi 2 Áp dụng bất đẳng thức Cô-si chi hai số $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \ge \frac{2}{\sqrt{ab}}$
Câu hỏi 3 Hãy so sánh $\frac{2}{\sqrt{ab}}$ và $\frac{4}{a+b}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $a+b \ge 2\sqrt{ab}$ nên $\frac{2}{\sqrt{ab}} \ge \frac{4}{a+b}$

Bài 6.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này ở nhà. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, các hằng đẳng thức đáng nhớ.

Hướng dẫn

1. Ta có $a^3 + b^3 \geq ab(a + b) \Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a + b) \geq 0$

$\Leftrightarrow (a + b)(a^2 - 2ab + b^2) \geq 0$

$\Leftrightarrow (a + b)(a - b)^2 \geq 0.$

Vì $(a - b)^2 \geq 0$ nên nếu $a \geq 0$ và $b \geq 0$ thì $(a + b)(a - b)^2 \geq 0$ là bất đẳng thức đúng và do đó $a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$ cũng là bất đẳng thức đúng.

Nếu $a \geq 0$ và $b \geq 0$ thì $(a + b)(a - b)^2 = 0 \Leftrightarrow a + b = 0$ hoặc $a - b = 0$ tức là $a = b$.

Bài 7.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này ở nhà. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, các hằng đẳng thức đáng nhớ.

Hướng dẫ

a) $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0.$

b) Ta có bất đẳng thức đúng:

$$(a-b)^2(a^2+ab+b^2) \geq 0 .$$

Từ đó suy ra bất đẳng thức cần chứng minh.

Bài 8.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, các hằng đẳng thức đáng nhớ, các bất đẳng thức về mối quan hệ giữa các cạnh trong tam giác.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Hãy so sánh a^2+b^2 và c^2+2ab **Câu hỏi 2** Hãy rút ra các bất đẳng thức tương tự. **Câu hỏi 3** Hãy cộng vế với vế các bất đẳng thức trên và rút ra kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có a − b và c là hai số không âm, hơn nữa a − b < c, bình phương hai vế của bất đẳng thức này ta có $a^2+b^2 \le c^2+2ab$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $b^2+c^2 < a^2+2bc$ $a^2+c^2 < b^2+2ac$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV tự rút ra kết luận.

Bài 9.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này ở nhà. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, các hằng đẳng thức đáng nhớ, cách phân tích thành nhân tử.

Hướng dẫn

$$\frac{a+b}{2}\cdot\frac{a^2+b^2}{2} \le \frac{a^3+b^3}{2} \Leftrightarrow a^3+ab^2+a^2b+b^3 \le 2a^3+2b^3$$

$$\Leftrightarrow a^3-ab^2-a^2b+b^3 \ge 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)(a^2-b^2) \ge 0 \Leftrightarrow (a-b)^2(a+b) \ge 0.$$

Bài 10.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối

Hướng dẫn.

a) Hãy quy đồng mẫu số và đưa về bất đẳng thức đúng.

$$\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y} \Leftrightarrow x(1+y) \geq y(1+x) \Leftrightarrow x \geq y$$

b) Xuất phát từ $|a-b| \leq |a| + |b|$ và áp dụng câu a).

Bài 11.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm.

Hướng dẫn.

a) Hai số a và b cùng dấu thì: $\frac{a}{b}$ và $\frac{b}{a}$ là hai số không âm, do đó ta có:

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$

b) Dựa vào câu a) bằng cách nhân hai vế của a) với -1.

Bài 12.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức cô – si và hệ quả cho hai số không âm.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Hãy xét dấu của hai số $x + 3$ và $5 - x$. **Câu hỏi 2** Tổng hai số bằng bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai số này không âm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Tổng hai số bằng 8 không đổi.

Câu hỏi 3 Hãy áp dụng hệ quả của bất đẳng thức Cô-si và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Giá trị nhỏ nhất là $f'(-3) = 0$.

Bài 13.

Hướng dẫn học sinh làm bài tập này. Để làm bài tập này, HS cần đọc kĩ lại khái niệm và tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức Cô-si và hệ quả cho hai số không âm.

– *Hãy biến đổi* $f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{x-1} + 1$

– *Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số* $x - 1$ *và* $\dfrac{1}{x-1}$

– Giá trị nhỏ nhất là $1 + 2\sqrt{2}$.

Luyện tập
(tiết 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại được :

Các khái niệm về bất đẳng thức.

Các tính chất của bất đẳng thức.

Các bất đẳng thức cơ bản và các tính chất của nó.

Hệ thống được các bất đẳng thức, từ đó hình thành các phương pháp chứng minh các bất đẳng thức.

Vận dụng các bất đẳng thức Cô–si, bất đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối để giải các bài tập có liên quan.

Biết tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của một hàm số, một biểu thức dựa vào bất đẳng thức.

2. Kĩ năng

HS phải chứng minh được các bất đẳng thức đơn giản.

Vận dụng thành thạo các tính chất của bất đẳng thức để biến đổi, từ đó giải được các bài toán về chứng minh bất đẳng thức, tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số, của một biểu thức.

Giải được các bài tập trong SGK.

Thông qua các bài tập luyện tâp để hoàn thiện hệ thống kiến thức về bất đẳng thức.

Thông qua các bài tập luyện tập sẽ có nhiều phương pháp chứng minh mới về bất đẳng thức.

3. Thái độ

Tự giác, tích cực trong học tập.

Biết phân biệt rõ cá dạng chứng minh bất đẳng thức.

Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống, bước đầu có tư duy cực trị trong quá trình sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

GV chuẩn bị chữa một số bài tập tại lớp, một số bài còn lại hướng dẫn HS làm tại nhà.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết :

IV TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy nêu định lí về trung bình cộng và trung bình nhân cho:

– Hai số không âm;

– Ba số không âm ;

– Bốn số không âm.

Câu hỏi 2

Những kết luận sau đây, kết luận nào đúng?

(a) $x^2 + x + 1 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(b) Vì $3 > 2$ nên $3a > 2a \ \forall a \neq 0$.

(c) $x^2 - 1 > 0 \ \forall \ x \in R$.

(d) $3 > 2$ và $a > b$ nên $3a > 2b$.

GV : Chỉ có (a) là đúng.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 14.

– HS cần ôn lại bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm.

– Áp dụng trực tiếp định lí này để chứng minh bài toán.

Ta có $\frac{a^4}{b}+\frac{b^4}{c}+\frac{c^4}{a}\geq 3\sqrt[3]{\frac{a^4}{b}\ \frac{b^4}{c}\ \frac{c^4}{a}}=3abc$

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 15.

GV hướng dẫn HS làm bài này tại lớp theo hướng dẫn sau:

Gọi a, b là các cánh tay đòn bên phải và bên trái của cân đĩa

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Trong lần cân đầu số cam được cân là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{a}{b}$ kg.
Câu hỏi 2 Trong lần cân sau khối lượng cam là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{b}{a}$ kg.
Câu hỏi 3 Trong hai lần cân khối lượng cam là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ (kg).
Câu hỏi 4 Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Khách hàng mua nhiều hơn 2 kg.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 16.

a) GV hướng dẫn HS làm bài này tại nhà theo hướng dẫn sau:

H1. Chứng minh $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

H2. Tính tổng $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ \ldots \ + \frac{1}{n(n+1)}$

H3. Chứng minh $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ \ldots \ + \frac{1}{n(n+1)} < 1.$

b) Hướng dẫn HS làm tại lớp.

Câu hỏi	**Gợi ý trả lời**
Câu hỏi 1 Chứng minh: $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$
Câu hỏi 2 Tính tổng $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}$ $< 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \ \ldots \ + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$ $= 2 - \frac{1}{n}$
Câu hỏi 3 Chứng minh bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV cho HS kết luận bài toán.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 17.

Để làm bài tập này HS cần ôn tập và vận dụng các kiến thức sau:

– Định lí và hệ quả của bất đẳng thức Cô-si.

– Các tính chất của bất đẳng thức.

Hướng dẫn HS làm tại lớp.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Hãy tính A^2 **Câu hỏi 2** Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho biểu thức $2\sqrt{(x-1)(4-x)}$ **Câu hỏi 3** Giải bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $A^2 =$ $\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{(x-1)(4-x)}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $x - 1 \geq 0$; $4 - x \geq 0$; do đó ta có: $2\sqrt{(x-1)(4-x)} \leq 3.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $a \leq \sqrt{6}$

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 18.

Để làm bài tập này HS cần ôn tập và vận dụng các kiến thức sau:

– Hằng đẳng thức đáng nhớ.

– Các tính chất của bất đẳng thức.

Hướng dẫn HS làm về nhà.

$(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$

$\Leftrightarrow 2ab + 2bc + 2ca \leq 2(a^2 + b^2 + c^2) \Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0.$

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 19.

Để làm bài tập này HS cần ôn tập và vận dụng các kiến thức sau:

– Định lí và hệ quả của bất đẳng thức Cô-si.

– Các tính chất của bất đẳng thức.

Hướng dẫn HS làm tại lớp.

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai cặp số a và b ; c và d. **Câu hỏi 2** Chứng minh: $a + b + c + d \geq 2(\sqrt{ab} + \sqrt{cd})$. **Câu hỏi 3** Chứng minh bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a + b \geq 2\sqrt{ab}$; $c + d \geq 2\sqrt{cd}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Từ trên suy ra. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có : $\left(\frac{a+b+c+d}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab} + \sqrt{cd}\right)^2$ $= ab + cd + 2\sqrt{abcd} \geq 4\sqrt{abcd}$ $\Rightarrow \left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^2 \geq \sqrt{abcd}$ $\Rightarrow \left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^4 \geq abcd.$

HOẠT ĐỘNG 7

Bài 20

Để làm bài tập này HS cần ôn tập và vận dụng các kiến thức sau:

– Hằng đẳng thức đáng nhớ.

– Các tính chất của bất đẳng thức.

– Bất đẳng thức Cô-si.

Hướng dẫn HS làm về nhà.

a) $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \le 2x^2 + 2y^2 = 2 \Rightarrow |x + y| \le \sqrt{2}$

b) $15^2 = (4x - 3y)^2 \le (x^2 + y^2)(4^2 + (-3)^2) = 25(x^2 + y^2) \Rightarrow x^2 + y^2 \ge 9.$

Có thể chứng minh bằng nhiều cách khác.

BỔ SUNG KIẾN THỨC

Bất đẳng thức Cô-si tổng quát:

Cho n số không âm : $a_1, a_2, \ldots, a_n$, khi đó : $\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \ge \sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$

Dấu bằng xảy ra khi: $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$

2. Bất đẳng thức Bunhiacôpxki:

Cho bốn số a, b, c, d. Khi đó $(ac + bd)^2 \le (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$.

Dấu bằng khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Bất đẳng thức tổng quát có tên: Côsi– Svac.

Cho hai bộ n số $a_1, a_2, \ldots, a_n$ và $b_1, b_2, \ldots, b_n$ Khi đó

$(a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_nb_n)^2 \le (a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \ldots + b_n^2)$.

Dấu bằng khi: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \ldots = \frac{a_n}{b_n}$

§2. Đại cương về bất phương trình
(tiết 5)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

Khái niệm về bất phương trình, bất phương trình tương đương, hệ bất phương trình một ẩn.

Khái niệm nghiệm và tập nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình.

Các phép biến đổi tương đương bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Bất phương trình và hệ bất phương trình chứa tham số.

2. Kĩ năng

Nêu được điều kiện xác định của bất phương trình.

Sau khi học xong bài này HS giải được các bất phương trình đơn giản.

Biết cách tìm nghiệm và liên hệ giữa nghiệm của phương trình và nghiệm của bất phương trình.

Xác định một cách nhanh chóng tập nghiệm của các bất phương trình và hệ bất phương trình đơn giản dựa vào biến đổi và lấy nghiệm trên trục số.

3. Thái độ

Biết vận dụng kiến thức về bất phương trình trong suy luận lôgic.

Diễn đạt các vấn đề toán học mạch lạc, phát triển tư duy và sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Để đặt câu hỏi cho HS, trong quá trình dạy học GV cần chuẩn bị một số kiến thức mà HS đã học ở lớp dưới, chẳng hạn :

– Các bất phương trình bậc nhất đã học

– Cách lấy nghiệm của hệ bất phương trình trên trục số.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy tìm nghiệm của các bất phương trình sau:

1) $5x-1>-4(x+2)$;

2) $x^2+3x+1<(x+2)^2$

3) $2x^2-2x-2<(x-1)^2$

Câu hỏi 2

Hãy xác định tính đúng – sai của các mệnh đề sau đây:

1) Nếu hai phương trình $f(x)=0$ và $g(x)=0$ vô nghiệm thì hai bất phương trình $f(x)>0$ và $g(x)>0$ cũng vô nghiệm.

2) Nếu hàm y = f(x) có đồ thị nằm hoàn toàn phía trên trục hoành thì bất phương trình $f(x)\le 0$ vô nghiệm.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Khái niệm bất phương trình một ẩn

• GV nêu định nghĩa

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có tập xác định lần lượt là $\mathfrak{D}_f$ và $\mathfrak{D}_g$. Đặt $\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_f \cap \mathfrak{D}_g$. Mệnh đề chứa biến có một trong các dạng $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$, $f(x) \leq g(x)$, $f(x) \geq g(x)$ được gọi là một ***bất phương trình*** *một ẩn; x gọi là* ***ẩn số*** *(hay* ***ẩn****) và $\mathfrak{D}$ gọi là* ***tập xác định*** *của bất phương trình.*

Số $x_0 \in \mathfrak{D}$ gọi là một ***nghiệm*** *của bất phương trình $f(x) < g(x)$ nếu mệnh đề $f(x_0) < g(x_0)$ là đúng. Khái niệm này cũng được định nghĩa tương tự cho các bất phương trình dạng*

$$f(x) > g(x),\ f(x) \leq g(x) \text{ và } f(x) \geq g(x).$$

Sau đó GV nêu các chú ý sau:

– Khái niệm này cũng được định nghĩa tương tự cho các bất phương trình dạng

$$f(x) > g(x),\ f(x) \leq g(x) \text{ và } f(x) \geq g(x).$$

– ***Giải bất phương trình*** *là tìm tất cả các nghiệm (hay tìm* ***tập nghiệm****) của bất phương trình đó.*

– Chú ý trong SGK.

• Thực hiện **H1**

GV: *thực hiện thao tác này trong 5phút (5')*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Biểu diễn tập nghiệm của mỗi bất phương trình : $-0,5x > 2$ bởi các kí hiệu khoảng hay đoạn. **Câu hỏi 2** Biểu diễn tập nghiệm của mỗi bất phương trình : $\|x\| \leq 1$ bởi các kí hiệu khoảng hay đoạn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $T = (-\infty ; -4)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $T = [-1 ; 1]$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Bất phương trình tương đương

• GV nêu định nghĩa

Hai bất phương trình được gọi là ***tương đương*** *nếu chúng có cùng tập nghiệm.*

Nếu $f_1(x) < g_1(x)$ *tương đương với* $f_2(x) < g_2(x)$ *thì ta viết*

$$f_1(x) < g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) < g_2(x).$$

• Thực hiện **H2**

GV: *thực hiện thao tác này trong 5phút.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Khẳng định sau đây đúng hay sai? Vì sao ? $x + \sqrt{x-2} > \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x > 0.$ **Câu hỏi 2** Khẳng định sau đây đúng hay sai? Vì sao ? $(\sqrt{x-1})^2 \le 1 \Leftrightarrow x - 1 \le 1.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Sai. Chẳng hạn x = 1 không thoả mãn **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Đúng.

• GV nêu chú ý trong SGK và nêu ví dụ 1.

Sau đó đặt ra các câu hỏi sau cho HS trả lời nhằm củng cố kiến thứcmục này.

H1. Hai bất phương trình vôn ghiệm thì có tương đương không?

H2. Hai bất phương trình tương đương trên D là gì ?

HOẠT ĐỘNG 3

3. Biến đổi tương đương các bất phương trình

• GV nêu khái niệm biến đổi tương đương bất phương trình.

Phép biến đổi tương đương biến một bất phương trình thành một bất phương trình tương đương với nó.

• GV nêu định lí

Cho bất phương trình $f(x) < g(x)$ *có tập xác định* $\mathcal{D}$, $h(x)$ *là một hàm số xác định trên* $\mathcal{D}$.
Khi đó, trên $\mathcal{D}$, *bất phương trình* $f(x) < g(x)$ *tương đương với bất phương trình*

1) $f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$.

2) $f(x)h(x) < g(x)h(x)$ *nếu* $h(x) > 0$ *với mọi* $x \in \mathcal{D}$.

3) $f(x)h(x) > g(x)h(x)$ *nếu* $h(x) < 0$ *với mọi* $x \in \mathcal{D}$.

Để chứng minh định lí này GV đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Hai bất phương trình $f(x) < g(x)$ và $f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$ tương đương khi nào?

H2. Điều kiện của h(x) nêu không xac định trên D thì hai bất phương trình trên có tương đương không?

H3. hãy chứng minh 2) và 3) tương tự.

• GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 2 a) bằng các sâu hỏi sau đây:

H1. Tìm tập nghiệm của bất phương trình : $\sqrt{x} > -2$.

H2. Tìm tập nghiệm của bất phương trình : $\sqrt{x} - \sqrt{x} > -2 - \sqrt{x}$

H3. Chứng minh hai bất phương trình trên tương đương bằng định nghĩa.

H4. Chứng minh hai bất phương trình trên tương đương bằng định lí.

• Thực hiện **H3**

Chứng minh câu b)

GV: thực hiện thao tác này trong 5phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu mối quan hệ của hai bất phương trình đã cho. **Câu hỏi 2** Vì sao hai bất phương trình trên không tương đương?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình thứ hai có được nhờ cộng vào hai vế của bất phương trình thứ nhất $-\sqrt{x}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hai bất phương trình không cùng tập nghiệm.

• Thực hiện **H4**

GV: thực hiện thao tác này trong 5phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Khẳng định $x + \frac{1}{x} < 1 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow x < 1$ đúng hay sai ? Vì sao ? **Câu hỏi 2** Khẳng định $\frac{x(x-1)}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 2$ đúng hay sai? vì sao?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Sai vì 0 là nghiệm của bất phương trình thứ 2 nhưng không là nghiệm của bất phương trình thứ nhất. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Sai vì 1 là nghiệm của bất phương trình thứ 2 nhưng không là nghiệm của bất phương trình thứ nhất.

• GV nêu hệ quả:

*1) Quy tắc nâng lên luỹ thừa bậc **lẻ** (chẳng hạn, luỹ thừa bậc ba)*

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow [f(x)]^3 < [g(x)]^3$$

*2) Quy tắc nâng lên luỹ thừa bậc **chẵn** (chẳng hạn, luỹ thừa bậc hai)*

Nếu f(x) *và* g(x) *không âm với mọi x thuộc tập xác định của bất phương trình thì*

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow [f(x)]^2 < [g(x)]^2$$

• Thực hiện **H5**

GV: *thực hiện thao tác này trong 5phút.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Bình phương hai vế và giải thích vì sao tương đương? **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\|x+1\| \le \|x\| \Leftrightarrow \|x+1\|^2 \le \|x\|^2$ (nâng hai vế không âm lên luỹ thừa bậc chẵn). Bất phương trình đã cho tương đương với: $x^2 + 2x + 1 \le x^2$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với: $2x \le -1$ (quy tắc chuyển vế và quy tắc rút gọn) Hay $x \le -\frac{1}{2}$ (nhân hai vế với cùng một số dương).

GV đưa ra câu hỏi sau nhằm củng cố kiến thức.

H1. Các bất phương trình sau có tương đương không?

(a) x >1 và $x+\sqrt{x}>1+\sqrt{x}$;

(b) x > −1 và $x+\sqrt{x}>-1+\sqrt{x}$;

(c) x > 0 và $x+\sqrt{x}>\sqrt{x}$;

(d) x > −1 và x+ 1 ≥ 0.

Trả lời Chọn (a).

H2. Các bất phương trình sau có tương đương không?

(a) x >1 và $x\sqrt{x}>\sqrt{x}$;

(b) x > −1 và $x\sqrt{x}>-\sqrt{x}$;

(c) x > 0 và $x\sqrt{x}>0$;

(d) x > −1 và $x^2>-x$.

Trả lời Chọn (a).

H3. Các bất đẳng phương trình sau có tương đương không?

(a) x >1 và $x^2>1$;

(b) x > −1 và $x^2>1$;

(c) x > 0 và $\sqrt{x}>0$;

(d) x+1> −1 và $x^2+1>2$.

Trả lời Chọn (a) và (b).

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Khái niệm bất phương trình

Cho hai hàm số y = f(x) và y = g(x) có tập xác định lần lượt là $\mathcal{D}_f$ và $\mathcal{D}_g$. Đặt $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g$. Mệnh đề chứa biến có một trong các dạng f(x) < g(x), f(x) > g(x), f(x) ≤ g(x), f(x) ≥ g(x) được gọi là một **bất phương trình** một ẩn; x gọi là **ẩn số** (hay **ẩn**) và $\mathcal{D}$ gọi là **tập xác định** của bất phương trình.

Số $x_0 \in \mathcal{D}$ gọi là một **nghiệm** của bất phương trình f(x) < g(x) nếu mệnh đề $f(x_0)<g(x_0)$ là đúng. Khái niệm này cũng được định nghĩa tương tự cho các bất phương trình dạng

$$f(x) > g(x), f(x) \le g(x) \text{ và } f(x) \ge g(x).$$

Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm (hay tìm **tập nghiệm**) của bất phương trình đó.

2. Hai bất phương trinh tương đương.

Hai bất phương trình được gọi là ***tương đương*** *nếu chúng có cùng tập nghiệm.*

Nếu $f_1(x) < g_1(x)$ *tương đương với* $f_2(x) < g_2(x)$ *thì ta viết*

$$f_1(x) < g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) < g_2(x).$$

3. Biến đổi tương đương bất phương trình.

Cho bất phương trình $f(x) < g(x)$ có tập xác định $\mathcal{D}$, $h(x)$ là một hàm số xác định trên $\mathcal{D}$.

Khi đó, trên $\mathcal{D}$, bất phượng trình $f(x) < g(x)$ tương đương với bất phương trình :

1) $f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$.

2) $f(x)h(x) < g(x)h(x)$ *nếu* $h(x) > 0$ *với mọi* $x \in \mathcal{D}$.

3) $f(x)h(x) > g(x)h(x)$ *nếu* $h(x) < 0$ *với mọi* $x \in \mathcal{D}$.

4. Hai quy tắc nâng lên luỹ thừa.

1) Quy tắc nâng lên luỹ thừa bậc ***lẻ*** *(chẳng hạn, luỹ thừa bậc ba) :*

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow [f(x)]^3 < [g(x)]^3$$

2) Quy tắc nâng lên luỹ thừa bậc ***chẵn*** *(chẳng hạn, luỹ thừa bậc hai) :*

Nếu $f(x)$ *và* $g(x)$ *không âm với mọi x thuộc tập xác định của bất phương trình thì*

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow [f(x)]^2 < [g(x)]^2$$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Hãy điền đúng – sai vào các kết luận sau

(a) $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ ☐

(b) $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ ☐

(c) $S = \left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ là tập nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ ☐

(d) $S = \left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ là tập nghiệm của bất phương trình $2x - 1 \geq 0$ ☐

Trả lời

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	S	S	Đ

2. Cho bất phương trình :

$$\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1} > 0 \qquad (1)$$

Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây

(a) Tập nghiệm của (1) là $S = (-\infty;-1)$;

(b) Tập nghiệm của (1) là $S = \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$;

(c) Tập nghiệm của (1) là $S = (-\infty;-1) \cup \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$;

(d) cả ba câu trên là sai.

Trả lời. Chọn (c).

3. Cho bất phương trình

$$\sqrt{x-3} \geq \sqrt{3-x}$$

Tập nghiệm của bất phương trình là

(a) $S = (3; +\infty)$;

(b) $(-\infty; 3)$;

(c) $S = \{3\}$;

(d) cả ba phương án trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

4. Cho bất phương trình

$$x + \frac{3}{x-2} \geq 2 + \frac{3}{x-2} \qquad (1)$$

Tập nghiệm của bất phương trình là :

(a) $S = [2; +\infty)$;

(b) $S = (2; +\infty)$;

(c) $S = R \setminus \{2\}$;

(d) cả ba phương án trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

5. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+1} + 1 < 0$ là

(a) $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$;

(b) $S = (-\infty; 0)$;

(c) $S = \mathbb{R}$;

(d) $S = \varnothing$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

6. Cho bất phương trình

$$\sqrt{2x+1} - 3 > 0 \qquad (1)$$

Hãy điền đúng – sai vào các kết luận dưới đây

(a) $(1) \Leftrightarrow 2x + 1 > x + 5$ ☐

(b) $(1) \Leftrightarrow 2x + 1 < x + 5$ ☐

(c) $(1) \Leftrightarrow 2x + 1 > 9$ ☐

(d) (1) $\Leftrightarrow 2x + 1 < 9$ □

Trả lời

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	S	Đ	S

7. Cho bất phương trình $1 + \dfrac{9}{x-1} > 0$ (1)

Tập nghiệm của bất phương trình là

(a) $x < -8$ (b) $x > 8$

(c) $x < -8$ hoặc $x > 9$ d) $-8 < x < 9$.

Trả lời. Chọn (b).

8. Cho bất phương trình

$$|x| + 2x \geq 0$$

Tập nghiệm của bất phương trình trên là

(a) R; (b) $[0 ; +\infty)$;

(c) $R \setminus (0 ; +\infty)$; (d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (b).

9. Nghiệm của bất phương trình

$x^2 + (x-1)^2 + \dfrac{1}{\sqrt{x}} > x^2$ là

(a) $\mathbb{R}$; (b) $\mathbb{R}^+$;

(c) $\varnothing$ (d) $\{0\}$.

Trả lời. Chọn (b).

10. Nghiệm của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1} > 0$ (1) là

(a) $x \geq 1$; (b) $x > -1$;

(c) $-1 < x < 1$; (d) $x = 1$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

11. Nghiệm của bất phương trình $(3 - 2x)\sqrt{3x + 2} \geq 0$ (1) là

(a) $x \leq \frac{3}{2}$; (b) $x \geq -\frac{2}{3}$;

(c) $-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{3}{2}$; (d) $\mathbb{R}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

12. Nghiệm của bất phương trình $(x - 2)\sqrt{(x-1)(x+1)} < 0$ (1) là

(a) $x \leq 1$; (b) $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$;

(c) $x \leq -1$; (d) $x \geq 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

13. Nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2} > x - 2 (1) \\ \frac{x-7}{3} < 2x + 1 (2) \end{cases}$$

là

(a) $x > -2$; (b) $x > \frac{5}{4}$;

(c) $x < -2$; (d) $x < \frac{5}{4}$

Trả lời. Chọn (b).

14. Nghiệm của bất phương trình $2x + \frac{1}{2} > 3x - 1$ (1) là nghiệm của bất phương trình $(m-2)x + 3 > 0$ (2) khi

(a) $0 < m < 2$;

(b) $m \leq 0$;

(c) $\forall m$;

(d) $m > 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

15. Cho bất phương trình $x^2 + 2006x + \sqrt{x} > 0$ (1)

(a) -1 là nghiệm của bất phương trình (1);

(b) $-\frac{1}{2}$ là nghiệm của bất phương trình (1);

(c) $-\frac{1}{2006}$ là nghiệm của bất phương trình (1);

(d) 1 là nghiệm của bất phương trình (1).

Trả lời. Chọn (d).

16. Cho bất phương trình

$$\sqrt{x^2+x+3} + \sqrt{2x^2+5x+7} + \sqrt{x-3} > 0 \ (1)$$

(a) 1 là nghiệm của bất phương trình (1);

(b) 2 là nghiệm của bất phương trình (1);

(c) 4 là nghiệm của bất phương trình (1);

(d) -1 là nghiệm của bất phương trình (1).

Trả lời. Chọn (c).

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

Bài 21.

Để giải bài tập này, HS cần:

– Đọc kĩ lí thuyết phần biến đổi tương đương các bất phương trình.

– Xem lại khái niệm : Điều kiện xác định của bất phương trình.

– Xem lại ví dụ trong SGK.

GV: Hướng dẫn câu b) theo các câu hỏi hoạt động sau:

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Khi bình phương hai vế, hai phương trình trên đã tương đương hay chưa? **Câu hỏi 2.** Lập luận trên có đúng không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chưa tương đương vì chưa đặt điều kiện của phương trình. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không đúng, chẳng hạn $\frac{1}{2}$ là nghiệm của bất phương trình thứ hai nhưng không là nghiệm của bất phương trình thứ nhất.

Bài 22.

Để giải bài tập này, HS cần:

– Đọc kĩ lí thuyết phần biến đổi tương đương các bất phương trình.

– Xem lại khái niệm : Tập xác định và tập nghiệm của bất phương trình.

– Xem lại ví dụ trong SGK.

GV: Hướng dẫn câu b) theo các câu hỏi hoạt động sau:

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện vủa bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện xác định của bất phương trình là $x \geq 3$.

Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2
Tìm tập nghiệm của bất phương trình.	$S = [3 ; +\infty)$. Tập xác định và tập nghiệm trùng nhau.

Gợi ý các câu còn lại.

a) ĐKXĐ : $x = 0$; $T = \varnothing$.

c) ĐKXĐ $x \neq 3$; $T = [2 ; 3) \cup (3 ; +\infty)$.

d) ĐKXĐ $x > 2$; $T = \varnothing$.

Bài 23.

Để giải bài tập này, HS cần:

– Đọc kĩ lí thuyết phần biến đổi tương đương các bất phương trình.

– Xem lại khái niệm : Tập nghiệm của bất phương trình.

– Xem lại ví dụ trong SGK.

GV: *Hướng dẫn câu c) theo các câu hỏi hoạt động sau:*

Câu hỏi	Gợi ý trả lời
Câu hỏi 1 Hãy tìm tập nghiệm của bất phương trình: $2x - 1 > 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tập nghiệm của bất phương trình là $S_1 = (\frac{1}{2} ; +\infty)$.
Câu hỏi 2 Hãy tìm tập nghiệm của bất phương trình: $2x - 1 + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3}$;	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Tập nghiệm của bất phương trình là $S_2 = (\frac{1}{2} ; 3) \cup (3 ; +\infty)$.
Câu hỏi 3 Hãy tìm tập nghiệm của bất phương trình: $2x - 1 + \frac{1}{x+3} > \frac{1}{x+3}$;	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $S_3 = (\frac{1}{2} ; +\infty)$.

Câu hỏi 4 Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** GV tự kết luận.

Bài 24.

Để giải bài tập này, HS cần:

– Đọc kĩ lí thuyết phần biến đổi tương đương các bất phương trình.

– Xem lại khái niệm : Tập nghiệm của bất phương trình.

– Xem lại ví dụ trong SGK.

Hướng dẫn.

$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x^2(x - 2) > 0.$

§ 3. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn

(tiết 6, 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Hiểu rõ hơn về khái niệm về bất phương trình và hệ bất phương trình một ẩn.

Biết cụ thể hơn tập xác định và tập nghiệm của chúng.

Giải và biện luận được bất phương trình một ẩn.

2. Kĩ năng

- Giải và biện luận được bất phương trình một ẩn.

Biết cách giải hệ bất phương trình một ẩn.

Biết biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình trên trục số.

3. Thái độ

Say sưa học tập và có thể sáng tác được một số bài toán.

Diễn đạt các cách giải rõ ràng trong sáng.

Tư duy năng động, sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ một số câu hỏi phát vấn.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài 1, bài 2.

Đọc bài kĩ ở nhà, xem lại tất cả các ví dụ và $\boxed{H}$ trong 2 bài này.

Xem lại các bài tập của 2 bài trước.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 2 tiết:

Tiết đầu: Phần I

Tiết sau : Phần II và chữa các bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho $f(x) = 3x + 5 + \dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$

a) Hãy tìm tập xác định của hàm số

b) $f(2) > 3$ đúng hay sai?

Câu hỏi 2

Nêu khái niệm hai bất phương trình tương đương?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Nêu vấn đề

• GV hệ thống lại một số bất phương trình đã học

H1. Hãy nêu các dạng bất phương trình đã học.

H2. Hãy nêu các dạng về bất phương trình bậc nhất.

• Thực hiện **H1**

GV: *thực hiện thao tác này trong 5phút.*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định bất phương trình khi m = 2 và giải bất phương trình đó. **Câu hỏi 2** Xác định bất phương trình khi $m = \sqrt{2}$ và giải bất phương trình đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2x \le 6$; $S = (-\infty ; 3]$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sqrt{2}x \le 2 + \sqrt{2}$; $S = (-\infty ; \sqrt{2} + 1]$

• GV nêu vấn đề:

Bất phương trình đã cho chứa tham số m.

Với các m ở **H1** bất phương trình có nghiệm. Nhưng có phải bất phương trình luôn luôn có nghiệm hay không?

HOẠT ĐỘNG 2

1. Giải và biện luận bất phương trình dạng ax + b < 0

• GV nhắc lại việc giải và biện luận phương trình bậc nhất một ẩn và đưa ra bảng trong SGK.

$ax + b < 0$. (1)

1) Nếu $a > 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; -\frac{b}{a} \right)$.

2) Nếu $a < 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\frac{b}{a}; \infty \right)$.

3) Nếu a = 0 thì (1) $\Leftrightarrow$ 0x < –b. Bất phương trình vô nghiệm nếu b ≥ 0 và nghiệm đúng với mọi x nếu b < 0.

• GV nêu cách biểu diễn tập nghiệm.

• Nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1.

H1. Hãy đưa bất phương trình về dạng $f(x) > 0$.

H2. Hãy giải và biện luận bất phương trình theo ba trường hợp: a > 0 ; a = 0 ; a < 0.

H3.Kết luận nghiệm.

• Thực hiện **H2**

GV: thực hiện thao tác này trong 5phút.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Tập nghiệm của bất phương trình: $mx + 1 \geq x + m^2$ có quan hệ gì với tập nghiệm của bất phương trình trong ví dụ 1. **Câu hỏi 2** Xác định các tập nghiệm của bất phương trình $mx + 1 \geq x + m^2$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai tập nghiệm bù nhau trên tập số thực R. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Nếu m = 1 thì T = **R** ; Nếu m > 1 thì T = [m + 1 ; +∞) ; Nếu m < 1 thì T = (– ∞ ; m + 1].

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu sau:

H1. Hãy đưa bất phương trình về dạng $f(x) \geq 0$

H2. Hãy giải và biện luận bất phương trình theo ba trường hợp: a > 0 ; a = 0 ; a < 0.

H3. Kết luận nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 3

2. Giải hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn

• GV nêu cách giải:

Muốn giải hệ bất phương trình một ẩn, ta giải từng bất phương trình của hệ rồi lấy giao của các tập nghiệm thu được.

Sau đó đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Nếu một bất phương trình trong hệ vô nghiệm thì hệ trên vô nghiệm. Đúng hay sai?

H2. Nếu tất cả bất phương trình trong hệ tương đương thì hệ trên có tập nghiệm là tập nghiệm của một bất phương trình trong hệ. Đúng hay sai?

• GV nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu sau:

H1. Hãy giải từng bất phương trình trong hệ.

H2. Hãy biểu diễn các tập nghiện trên cùng một trục số và lấy nghiệm.

H3. Kết luận nghiệm.

• GV nêu chú ý trong SGK.

• Thực hiện **H3**

GV: *thực hiện thao tác này trong 5phút.*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình $\|3x + 2\| = 3x + 2$. **Câu hỏi 2** Hãy giải bất phương trình $\|2x - 5\| = 5 - 2x$. **Câu hỏi 3** Hãy giải bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tập nghiệm của bất phương trình là $[-\frac{2}{3}; +\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; \frac{5}{2}]$.

	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $-\frac{2}{3} \le x \le \frac{5}{2}$.

• GV nêu ví dụ 4 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu sau:

H1. Hãy giải từng bất phương trình trong hệ.

H2. Điều kiện để hệ có nghiệm là gì?

H3. Kết luận nghiệm.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Giải và biện luận bất phương trình bậc nhất một ẩn.

$$ax + b < 0. \qquad (1)$$

1) Nếu $a > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$

2) Nếu $a < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$

3) Nếu $a = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow 0x < -b$. Bất phương trình vô nghiệm nếu $b \ge 0$ và nghiệm đúng với mọi x nếu $b < 0$.

2. Giải và biện luận hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Muốn giải hệ bất phương trình một ẩn, ta giải từng bất phương trình của hệ rồi lấy giao của các tập nghiệm thu được.

Trong hệ bất phương trình

– Một bất phương trình trong hệ vô nghiệm thì hệ vô nghiệm.

– Các bất phương trình trong hệ tương đương thì chỉ cần giải một bất phương trình trong hệ.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Hãy điền đúng – sai vào các kết luận sau

(a) Bất phương trình $m x + 2 > 0$ có nghiệm với mọi m. ☐

(b) Bất phương trình $m\,x + 2 < 0$ có nghiệm với mọi m. ☐

(c) Bất phương trình $x + m > 0$ có nghiệm với mọi m ☐

(d) Bất phương trình $x + 2m > 0$ có nghiệm với mọi m ☐

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	S	Đ	Đ

2. Cho bất phương trình $mx + 1 > m - 2$.

(a) Bất phương trình trên có nghiệm là một khoảng

(b) Bất phương trình trên có nghiệm là một đoạn

(c) Bất phương trình trên có nghiệm là hợp của nhiều khoảng

(d) Bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a)

3. Cho bất phương trình $mx + 1 \le m - 2$

(a) Bất phương trình trên có nghiệm là một khoảng

(b) Bất phương trình trên có nghiệm là nửa khoảng

(c) Bất phương trình trên có nghiệm là hợp của nhiều khoảng

(d) Bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b)

4. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + 1 \ge 0 \\ x^2 + 1 < 0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là một khoảng

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là nửa khoảng

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là hợp của nhiều khoảng

(d) Hệ bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d)

5. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x}+1 \geq 0 \\ x^2+1>0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là một khoảng

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là nửa khoảng

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $\mathbb{R}$

(d) Hệ bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c)

6. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x}+1 \geq 0 \\ 2x+1>0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq -\frac{1}{2}$

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là nửa khoảng

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $\mathbb{R}$

(d) Hệ bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a)

7. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x} - 1 \geq 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq -\frac{1}{2}$

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq 0$

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq 1$

(d) Hệ bất phương trình trên vô nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c)

8. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} -\sqrt{x} + 7 \geq 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq -\frac{1}{2}$

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \leq 49$

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $0 \leq x \leq 49$

(d) Hệ bất phương trình trên có nghiệm $-\frac{1}{2} \leq x \leq 49$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c)

9. Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} -\sqrt{x} + 7 \geq 0 \\ 2\sqrt{x-1} + 1 > 0 \end{cases}$$

(a) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \geq -\frac{1}{2}$

(b) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $x \leq 49$

(c) Hệ bất phương trình trên có nghiệm là $1 \le x \le 49$

(d) Hệ bất phương trình trên có nghiệm $0 \le x \le 49$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c)

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 25.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn.

a) $x < -\frac{4}{5}$

b) $x \le -5$.

c) Để ý $3 - 2\sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = (1 - \sqrt{2})^2$ và $1 - \sqrt{2} < 0$, ta có $(1 - \sqrt{2})x < 3 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (1 - \sqrt{2})x < (1 - \sqrt{2})^2 \Leftrightarrow x > 1 - \sqrt{2}$.

d) $(x + \sqrt{3})^2 \ge (x - \sqrt{3})^2 + 2 \Leftrightarrow (x + \sqrt{3})^2 - (x - \sqrt{3})^2 \ge 2$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3}x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Bài 26.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải bất phương trình bậc nhất.

– Giải và biện luận bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Hãy biến đổi bất phương trình về dạng $f(x) \geq 0$. **Câu hỏi 2** Hãy giải và biện luận bất phương trình trên.	$(m-1)x-(m^2-1) \leq 0$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** – Nếu m = 1 thì T = **R** ; – Nếu m > 1 thì T = $(-\infty ; m+1]$; – Nếu m < 1 thì T = $[m+1 ; +\infty)$.

Trả lời các câu còn lại

b) Nếu m = 2 thì T = $\varnothing$; nếu m > 2 thì T = $(3 ; +\infty)$; nếu m < 2 thì T = $(-\infty ; 3)$.

c) Nếu k = 2 thì T = **R** ; nếu k > 2 thì T = $\left(-\infty ; \frac{4-k}{k-2}\right)$; nếu k < 2 thì T = $\left(\frac{4-k}{k-2} ; +\infty\right)$

d) $(a+1)x + a + 3 \geq 4x + 1 \Leftrightarrow (a-3)x \geq -a-2$. Vậy

– Nếu a = 3 thì T = **R** ;

– Nếu a > 3 thì T = $\left[\frac{2+a}{3-a} ; +\infty\right)$;

– Nếu a < 3 thì T = $\left(-\infty ; \frac{2+a}{3-a}\right]$.

Bài 27.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải hệ bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

$5x-2>4x+5$ **Câu hỏi 2** Hãy giải bất phương trình $5x-4>x+2$. **Câu hỏi 3** Hãy giải hệ bất phương trình $\begin{cases}5x-2>4x+5\\5x-4<x+2\end{cases}$	$T_1=(7;+\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $T_1=(-\infty;2)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $T=T_1\cap T_2=\varnothing$.

Trả lời các câu còn lại

b) $\begin{cases}2x+1>3x+4\\5x+3\geq 8x-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-3\\3x\leq 12\end{cases}\Leftrightarrow x<-3.$

Luyện tập
(tiết 8)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Thông qua giải các bài tập ôn lại những khái niệm và kĩ năng giải và biện luận phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Biết cụ thể hơn tập xác định và tập nghiệm của chúng.

- Giải và biện luận được bất phương trình một ẩn.

2. Kĩ năng

- Giải và biện luận được bất phương trình một ẩn.

Biết cách giải hệ bất phương trình một ẩn.

Biết biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình trên trục số.

3. Thái độ

Say sưa học tập và có thể sáng tác được một số bài toán.

Diễn đạt các cách giải rõ ràng trong sáng.

Tư duy năng động, sáng tạo.

Tự tin và thận trọng trong giải toán.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị chữa một số bài tập tại lớp, các bài còn lại hướng dẫn.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước

Đọc bài kĩ ở nhà, xem lại tất cả các ví dụ và $\boxed{H}$.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 1 tiết:

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu cách giải và biện luận bất phương trình bậc nhất.

Câu hỏi 2

Nêu cách giải hệ bất phương trình một ẩn.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 28.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy đưa phương trình về dạng : $f(x) > 0$ **Câu hỏi 2** Giải và biện luận bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(m+2)x - (m^2+8) > 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** * m = – 2 bất phương trình vô nghiệm. * m > – 2 bất phương trình có nghiệm là $x > \frac{m^2+8}{m+2}$

	* m < − 2 bất phương trình có nghiệm là $x > \dfrac{m^2+8}{m+2}$

Trả lời các câu còn lại

b) Bất phương trình có dạng: $(m-3)x \le m^2 - 3m$.

* m = 3 : Bất phương trình có nghiệm $\forall x \in R$.

* m> 3 : Bất phương trình có nghiệm là : $x \le m$.

* m < 3: bất phương trình có nghiệm : $x \ge m$.

c) Bất phương trình có dạng: $(k+4)x \ge k+5$.

* m = − 4 : Bất phương trình vô nghiệm.

* m > −4 : Bất phương trình có nghiệm là : $x \ge \dfrac{k+5}{k+4}$.

* m < −4 : Bất phương trình có nghiệm là : $x \le \dfrac{k+5}{k+4}$.

d) Bất phương trình có dạng: $(b+1)x \le b+2$

* b ≧ − 1 : Bất phương trình vo nghiệm.

* m > − 1 : Bất phương trình có nghiệm là : $x \le \dfrac{b+2}{b+1}$.

* m < − 1 : Bất phương trình có nghiệm là : $x \ge \dfrac{b+2}{b+1}$

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 29.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải hệ bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Giải bất phương trình: $\frac{5x+2}{3} \geq 4-x$ **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình: $\frac{6-5x}{13} < 3x+1$ **Câu hỏi 3** Giải hệ bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có nghiệm : $x \geq \frac{5}{4}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình có nghiệm là : $x \geq -\frac{7}{44}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hệ bất phương trình có nghiệm là : $x \geq \frac{5}{4}$
Trả lời các câu còn lại b) $x < -\frac{4}{5}$; c) $\frac{-26}{3} < x < \frac{28}{5}$; d) $\frac{11}{5} < x < \frac{5}{2}$	

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 30.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải hệ bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Giải bất phương trình: $3x-2 > -4x+5$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có nghiệm : $x > 1$.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Giải bất phương trình: $3x+m+2<0$. **Câu hỏi 3** Giải hệ bất phương trình đã cho.	Bất phương trình có nghiệm là : $x<-\dfrac{m+2}{3}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hệ đã cho có nghiệm khi $-\dfrac{m+2}{3}>1$ hay $m<-5$.
Trả lời các câu còn lại b) $m>-1$.	

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 31.

Để giải các bài tập này HS cần nắm được:

– Cách giải hệ bất phương trình bậc nhất.

– Biến đổi tương đương các bất phương trình.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Giải bất phương trình: $2x+7<8x-1$ **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình: $-5x+2m\le 8$. **Câu hỏi 3** Giải hệ bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có nghiệm : $x>\dfrac{4}{3}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình có nghiệm là : $x\le\dfrac{m+5}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

	Hệ đã cho có nghiệm khi $\frac{m+5}{2} \leq \frac{4}{3}$ hay $m < -\frac{7}{3}$.
Trả lời các câu còn lại b) $m > \frac{72}{13}$.	

§ 4. Dấu của nhị thức bậc nhất
(tiết 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Biết xét dấu của một nhị thức bậc nhất, xét dấu của một tích của nhiều nhị thức bậc nhất, xét dấu thương của hai nhị thức bậc nhất.

Khắc sâu một số kiến thức : Phương pháp bảng và phương pháp khoảng để xét dấu tích và thương các nhị thức bậc nhất.

• Vận dụng một cách linh hoạt định lí về dấu của nhị thức bậc nhất trong việc xét dấu các biểu thức đại số khác.

2. Kĩ năng

Xét được dấu của các nhị thức bậc nhất với hệ số $a < 0$ và $a > 0$.

Biết sử dụng thành thạo phương pháp bảng và phương pháp khoảng trong việc xét dấu các tích và thương.

Vận dụng việc xét dấu để giải các bất phương trình bậc nhất và một số dạng đưa về được bất phương trình bậc nhất.

3. Thái độ

Say sưa học tập và có thể sáng tác được một số bài toán.

Diễn đạt các cách giải rõ ràng trong sáng.

Tư duy năng động, sáng tạo

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ một số câu hỏi phát vấn.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài 1, bài 2.

Đọc bài kĩ ở nhà, xem lại tất cả các ví dụ và $\boxed{H}$ trong 2 bài này.

Xem lại các bài tập của 2 bài trước

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 1 tiết:

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho $f(x) = 3x + 5$

a) Hãy xác định các hệ số a, b của biểu thức trên.

b) Hãy tìm dấu của $f(x)$ khi $x > -\frac{5}{3}$ và khi $x < -\frac{5}{3}$

Câu hỏi 2

Cho $f(x) = -3x - 5$

a) Hãy xác định các hệ số a, b của biểu thức trên.

b) Hãy tìm dấu của $f(x)$ khi $x > -\frac{5}{3}$ và khi $x < -\frac{5}{3}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Nhị thức bậc nhất và dấu của nó

• GV nêu vấn đề: Các câu hỏi kiểm tra trên, các biểu thức $f(x)$ là những nhị thức bậc nhất. Mối quan hệ về dấu của nó và các hệ số, tập nghiệm như thế nào? là nội dung của bài học.

a) Nhị thức bậc nhất

• GV nêu khái niệm về nhị thức bậc nhất.

> ***Nhị thức bậc nhất*** *đối với x là biểu thức dạng* $f(x) = ax + b$ *trong đó a, b là hai số đã cho,* $a \neq 0$.

Sau đó đưa ra các câu hỏi sau, nhằm khắc sâu định nghĩa.

H1. Hãy nêu một ví dụ về nhị thức bậc nhất có a < 0.

H2. Hãy nêu một ví dụ về nhị thức bậc nhất có a > 0.

H3. Hãy xác định nghiệm của nhị thức $f(x) = ax + b$.

b) Dấu của nhị thức bậc nhất

• GV nêu định lí:

Nhị thức bậc nhất f(x) = ax + b *cùng dấu với hệ số* a *khi* x *lớn hơn nghiệm, và trái dấu với hệ số* a *khi* x *nhỏ hơn nghiệm của nó.*

$$af(x) > 0 \Leftrightarrow x > x_0.$$

$$af(x) < 0 \Leftrightarrow x < x_0.$$

Kết quả trên được tóm tắt trong bảng sau :

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
f(x) = ax + b	trái dấu với a		0	cùng dấu với a	

Sau đó GV nêu một ví dụ (nên lấy khác SGK).

+ Xét biểu thức $f(x) = -3x + 5$:

Hãy điền nghiệm và dấu của $f(x)$ vào bảng sau:

x	$-\infty$		$x_0 = \ldots$		$+\infty$
f(x) = −3x + 5	...		0	.....	

+ Xét biểu thức $f(x) = 2x - 5$:

Hãy điền nghiệm và dấu của $f(x)$ vào bảng sau:

x	$-\infty$		$x_0 = \ldots$		$+\infty$
f(x) = 2x − 5	...		0	.....	

• Thực hiện **H1**

GV: thực hiện thao tác này trong 5phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Với a > 0, tung độ của những điểm mà hoành độ lớn hơn x_0 có dấu như thế nào? **Câu hỏi 2** Với a > 0, tung độ của những điểm mà hoành độ nhỏ hơn x_0 có dấu như thế nào? **Câu hỏi 3** Hãy xét tương tự với a < 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dấu dương **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dấu âm **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV tự hướng dẫn.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Một số ứng dụng

a) Giải bất phương trình tích

• GV nêu ví dụ 1 trong SGK, cho HS giải, sau đó gọi một HS lên bảng điền vào chỗ trống trong bảng sau:

x	$-\infty$		-1		$\frac{2}{3}$		3		$+\infty$
$x-3$	...	|	...	0	...		...		
$x+1$	...	0	...		...		...		
$2-3x$	...		...	|	...	0	...		
P(x)	...	0	...	0	...	‖	...		

Sau đó đặt ra các câu hỏi sau;

H1. Với những x nào thì $f(x) = 0$

H2. Trong những miền nào thì $f(x)$ âm?

H3. Trong những miền nào thì $f(x)$ dương?

H4. Hãy nêu ra tập nghiệm của bất phương trình.

b) Giải bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

• GV nêu ra các dạng bất phương trình chứa ẩn ở mẫu.

Ta chỉ xét các bất phương trình có thể đưa về một trong các dạng $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ *hoặc* $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$. $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$, $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$, *trong đó* $P(x)$ *và* $Q(x)$ *là tích của những nhị thức bậc nhất. Để giải các bất phương trình như vậy, ta lập bảng xét dấu phân thức* $\frac{P(x)}{Q(x)}$. *Khi lập bảng xét dấu, nhớ rằng phải ghi tất cả các nghiệm của hai đa thức* $P(x)$ *và* $Q(x)$ *lên trục số.*

• GV nêu ví dụ 2.

Sâu đó đặt ra các câu hỏi :

H1. Hãy đưa bất phương trình về dạng $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$

H2. Điền vào chỗ trống trong bảng sau:

x	$-\infty$		-7		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$x + 7$		$-$	0						
$x - 2$							0	$+$	
$2x - 1$					0				
Vế trái		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

Và cho HS kết luận bằng các câu hỏi sau:

H1. Với những x nào thì $f(x) = 0$

H2. Trong những miền nào thì $f(x)$ âm?

H3. Trong những miền nào thì $f(x)$ dương?

H4. Hãy nêu ra tập nghiệm của bất phương trình.

c) Giải phương trình, bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

• GV nêu ví dụ 3 trong SGK.

Hướng dẫn HS thực hiện bằng các câu hỏi sau:

H1. Hãy chia các trường hợp để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

H2. Hãy giải từng bất phương trình trong mỗi trường hợp.

H3. Kết luận nghiệm.

H4. Có thể giải bằng cách khác hay không?

GV hướng dẫn cách giải bằng phương pháp bình phương hai vế.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Nhị thức bậc nhất** đối với x là biểu thức dạng f(x) = ax + b trong đó a, b là hai số đã cho, $a \neq 0$.

2. Định lí

Nhị thức f(x) = ax + b có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$ trái dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.

3. Bằng cách áp dụng tính chất của giá trị tuyệt đối (§1) ta có thể dễ dàng giải các bất phương trình dạng $|f(x)| \leq a$ và $|f(x)| \geq a$ với a > 0 đã cho.

Ta có

$$|f(x)| \le a \Leftrightarrow -a \le f(x) \le a$$

$$|f(x)| \ge a \Leftrightarrow f(x) \le -a \text{ hoặc } f(x) \ge a. \qquad (a > 0)$$

4. Một phương pháp tổng quát giải bất phương trình bằng cách xét dấu một biểu thức.

Bước 1 : Đưa bất phương trình về dạng $f(x) \ge 0$ (hoặc $f(x) \le 0$).

Bước 2 : Lập bảng xét dấu $f(x)$.

Bước 3 : Từ bảng xét dấu $f(x)$ suy ra kết luận về nghiệm của bất phương trình.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho $f(x) = 4x + 2$

Hãy điền đúng – sai vào các kết luận sau

(a) $f(x) > 0 \ \forall x > 2$ ☐

(b) $f(x) > 0 \ \forall x > -\frac{1}{2}$ ☐

(c) $f(x) > 0 \ \forall x > 0$ ☐

(d) $f(x) > 0 \ \forall x < \frac{1}{2}$ ☐

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	Đ	Đ	S

2. Cho $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Hãy điền các dấu (+) ; (−) vào các ô trống trong bảng sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	

Trả lời. Điền thứ tự là : +, −, +

3. Cho biểu thức $f(x) = 2 + \dfrac{2x}{x-1}$

Hãy điền đúng – sai vào các câu sau

(a) $f(x) > 0 \ \forall x > 2$ ☐

(b) $f(x) < 0 \ \forall x < 2$ ☐

(c) $f(x) < 0 \ \forall \ 0 < x < 1$ ☐

(d) $f(x) > 0 \ \forall x < \dfrac{1}{2}$ ☐

aTrả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	S	S	S

4. Cho $f(x) = (m-1)x + m - 2$.

(a) f(x) là nhị thức bậc nhất khi $m > 1$;

(b) f(x) là nhị thức bậc nhất khi $m < 1$;

(c) f(x) là nhị thức bậc nhất khi $m \neq 1$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

5. Cho $f(x) = (m^2 + 1)x - 1$

Hãy điền đúng – sai vào các câu sau

(a) $f(x) > 0 \ \forall x > 0$ ☐

(b) $f(x) > 0 \ \forall x > 1$ ☐

(c) $f(x) > 0 \ \forall x > -1$ ☐

(d) $f(x) > 0 \ \forall x > \frac{1}{2}$ ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	Đ	S	S

6. $f(x) = |x-1| + |x+1|$.

Hãy điền đúng – sai vào các câu sau

(a) $f(2) = 4$ ☐

(b) $f(-2) = -4$ ☐

(c) $f(0) = 2$ ☐

(d) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)$ ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	S	Đ	S

7. Bất phương trình $|2x+1| < 1$ (1) có nghiệm là

(a) $x \geq -\frac{1}{2}$ (b) $x \geq 3$

(c) $x \in (-1\,;\,0)$ (d) $x \in \mathbb{R}$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

8. Bất phương trình $\frac{1}{2|x|+1} \geq 2$ (1) có nghiệm là

(a) $x \in \varnothing$;

(b) $x \geq -\frac{1}{2}$;

(c) $x < -\frac{1}{2}$;

(d) $-\frac{1}{2} < x \leq 0$.

Trả lời Chọn (a).

9. Bất phương trình $\frac{|x+1|-2}{x^2+x+1} > 0$ có nghiệm là

(a) $x > 1$;

(b) $x < -3$ hoặ $x > 1$

(c) $-3 < x < 1$;

(d) $-1 \leq x \leq -3$.

Trả lời. Chọn (b).

Hãy chọn kết quả đúng từ bài tập 10 đến bài tập 16

10. Cho nhị thức $f(x) = (m^2 + 2)x - 1$

(a) $f(3) > 0$;

(b) $f(-1) > 0$;

(c) $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$;

(d) $f\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

Trả lời. Chọn (a).

11. Cho $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$

(a) $f(\sqrt{10}) < 0$;

(b) $f(\sqrt{7}) > 0$

(c) $f(\sqrt{3}) > 0$;

(d) $f(-\sqrt{12}) > 0$.

Trả lời. Chọn (d).

12. Cho biểu thức $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$

Hãy điền dấu (+), (−) vào các ô trống sau

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	

Trả lời. Điền lần lượt các dấu +, −, +.

13. Cho $f(x) = |x+2| + |2-x|$

(a) $f(-3) = f(3)$;

(b) $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}\right)$;

(c) $f(2006) = f(-2006)$;

(d) $f(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = f(2006)$;

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

14. Nghiệm của bất phương trình $|2x+1| > 2$ là

(a) $x < -\frac{3}{2}$;

(b) $x > \frac{1}{2}$;

(c) $x < -\frac{3}{2}$ hoặc $x > \frac{1}{2}$;

(d) $-\frac{3}{2} \le x \le \frac{1}{2}$

Trả lời. Chọn (a).

15. Nghiệm của bất phương trình $|3x+2| < 5$ là

(a) $x < 1$;

(b) $x < -\frac{7}{3}$;

(c) $-\frac{7}{3} < x < 1$;

(d) $x > 1$.

Trả lời. Chọn (c).

16. Nghiệm của bất phương trình $\frac{2x+3}{5x-7} > 1$ là

(a) $x < \frac{10}{3}$;

(b) $x > \frac{10}{3}$;

(c) $\frac{7}{5} < x < \frac{10}{3}$;

(d) $x < \frac{7}{5}$

Trả lời. Chọn (c).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 32.

a) $f(x) = (2x - 1)(x + 3)$

Hãy điền các dấu +, – và chỗ trống sau đây.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$4 - 3x$		...	|	...	0	...	
$2x + 1$		...	0	...	|	...	
$f(x)$		...	0	...	0	...	

b) H1. Hãy đưa biểy thức về dạng $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

H2. Hãy điền dấu vào bảng sau

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
4 x– 4		...	|	...	0	...	
$3x - 2$		...	0	...	|	...	
$f(x)$		...	0	...	0	...	

c) H1. Hãy đưa biểu thức về dạng tích.

H2. Hãy điền dấu vào bảng sau

x	$-\infty$		0		2		3	$+\infty$
x		...	0	...	|	...	|	...
$(x-2)^2$		...	|	...	...	...	|	...
$3-x$		...	|	...	|	...	0	...
$x(x-2)^2(3-x)$		...	0	...	0	...	0	...

d) H1. Hãy đưa biểu thức về dạng $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$

H2. Hãy điền dấu vào bảng sau

x	$-\infty$		0		1		3		5	$+\infty$
x		...	0	...	|	...	|	...	|	...
$(x-3)^2$		...	|	...	|	...	0	...	|	...
$x-5$		...	|	...	|	...	|	...	0	...
$1-x$		...	|	...	0	...	|	...	|	...
$\dfrac{x(x-3)^2}{(x-5)(1-x)}$		...	0	...	||	...	0	...	||	...

Bài 33.

Để giải các bài toán dạng này HS cần ôn lại:

– Nghiệm của phương trình bậc hai.

– Cách phân tích thành nhân tử biểu thức bậc hai.

Hướng dẫn.

a) $-x^2 + x + 6 = (x + 2)(3 - x)$. Giáo viên tự lập bảng xét dấu. Ta được

$-x^2 + x + 6 < 0$ khi $x < -2$ hoặc $x > 3$;

$-x^2 + x + 6 > 0$ khi $-2 < x < 3$.

b) $2x^2 - (2+\sqrt{3})x + \sqrt{3} = (x-1)(2x-\sqrt{3})$. Ta có bảng sau :

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x-\sqrt{3}$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x^2-(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $2x^2-(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}<0$ khi $\frac{\sqrt{3}}{2}<x<1$;

$2x^2-(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}>0$ khi $x<\frac{\sqrt{3}}{2}$ hoặc $x>1$.

Bài 34.

Hướng dẫn.

a) H1. Hãy đưa bất phương trình về dạng tíc thương.

H2. Hãy lập bảng xét dấu.

H3. Điền vào chỗ trống sau đây:

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$3-x$		...		...		...	0	...	
$x-2$		..		...	0	...		...	
$x+1$		...	0	...		...		...	
$\frac{(3-x)(x-2)}{x+1}$		...	‖	...	0	...	0	...	

Đáp số.

Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(3-x)(x-2)}{x+1}\le 0$ là $T=(-1\,;2]\cup[3\,;+\infty)$.

b) $\frac{3}{1-x}\ge\frac{5}{2x+1}\Leftrightarrow\frac{3(2x+1)-5(1-x)}{(1-x)(2x+1)}\ge 0\Leftrightarrow\frac{11x-2}{(1-x)(2x+1)}\ge 0$.

Bằng cách lập bảng xét dấu vế trái, ta tìm được tập nghiệm của bất phương trình là $T=\left(-\infty\,;-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{2}{11}\,;1\right)$

c) Lập bảng khử dấu giá trị tuyệt đối như sau :

x	$-\infty$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$\lvert 2x-\sqrt{2}\rvert$	$-2x+\sqrt{2}$	0	$2x-\sqrt{2}$	$2x-\sqrt{2}$
$\lvert \sqrt{2}-x\rvert$	$-x+\sqrt{2}$	$-x+\sqrt{2}$	0	$x-\sqrt{2}$
Vế trái	$-3x+2\sqrt{2}$	x		$3x-2\sqrt{2}$

Giải bất phương trình trong mỗi trường hợp.

Đáp số

$$T=\left(-\infty\ ;\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ 1\right)=(-\infty\ ;\ 1).$$

d) $\left|(\sqrt{2}-\sqrt{3})x+1\right|\le\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\left|(\sqrt{3}-\sqrt{2})x-1\right|\le\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left|x-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right|\le 5+2\sqrt{6}\ \Leftrightarrow\ \left|x-(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right|\le 5+2\sqrt{6}\ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -(5+2\sqrt{6})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})\le x\le 5+2\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}.$$

Vậy tập nghiệm là $T=\left[-5-2\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}\ ;\ 5+2\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}\right]$.

Bài 35.

Để giải bài tập này, HS cần:

– Ôn tập lại cách giải hệ bất phương trình.

– Xem lại các ví dụ trong bài 4.

Hướng dẫn.

a) $\begin{cases}(x-3)(\sqrt{2}-x)>0\\ \dfrac{4x-3}{2}<x+3\end{cases}$

Bằng cách lập bảng xét dấu vế trái của bất phương trình thứ nhất, ta có

$$(x-3)(\sqrt{2}-x)>0 \Leftrightarrow \sqrt{2}<x<3.$$

Còn $\frac{4x-3}{2} < x+3 \Leftrightarrow 4x-3<2x+6 \Leftrightarrow x<\frac{9}{2}$.

Do $3<\frac{9}{2}$ nên tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=(\sqrt{2}\,;3)$.

b) $\begin{cases} \frac{2}{2x-1} \le \frac{1}{3-x} \\ |x|<1 \end{cases}$

Ta có $\frac{2}{2x-1} \le \frac{1}{3-x} \Leftrightarrow \frac{-4x+7}{(2x-1)(3-x)} \le 0$. Lập bảng sau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{7}{4}$		3		$+\infty$
$-4x+7$		+	|	+	0	−	|	−	
$2x-1$		−	0	+	|	+	|	+	
$3-x$		+	|	+	|	+	0	−	
$\frac{-4x+7}{(2x-1)(3-x)}$		−	‖	+	0	−	‖	+	

Vậy $\frac{2}{2x-1} \le \frac{1}{3-x} \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$ hoặc $\frac{7}{4} \le x < 3$.

Từ đó hệ bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \text{ hoặc } \frac{7}{4} \le x < 3 \\ -1<x<1 \end{cases}$$

Hệ này cho ta nghiệm của bất phương trình đã cho là $-1<x<\frac{1}{2}$

Luyện tập
(tiết 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Qua các bài tập luyện tập nhằm ôn tập lại kiến thức về dấu của nhị thức bậc nhất.

Khắc sâu một số kiến thức : Phương pháp bảng và phương pháp khoảng để xét dấu tích và thương các nhị thức bậc nhất.

Vận dụng một cách linh hoạt định lí về dấu của nhị thức bậc nhất trong việc xét dấu các biểu thức tích và thương.

2. Kĩ năng

Xét được dấu của các nhị thức bậc nhất với hệ số $a < 0$ và $a > 0$.

Biết sử dụng thành thạo phương pháp bảng và phương pháp khoảng trong việc xét dấu các tích và thương.

Vận dụng việc xét dấu để giải các bất phương trình bậc nhất và một số dạng đưa về được bất phương trình bậc nhất.

3. Thái độ

Say sưa học tập và có thể sáng tác được một số bài toán.

Diễn đạt các cách giải rõ ràng trong sáng.

Tư duy năng động, sáng tạo.

Phát hiện dạng bài toán nhanh.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ một số bài tập chữa trên lớp, một số bài còn lại hướng dẫn về nhà.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học.

Đọc bài kĩ ở nhà, xem lại tất cả các ví dụ và $\boxed{H}$ bài 4.

Xem lại các bài tập của bài 4.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 1 tiết:

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu định lí về dấu của nhị thức bậc nhất và hệ quả của nó.

Câu hỏi 2

Nêu các bước giải bất phương trình tích và thương.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 36.

Chữa câu a), các câu còn lại làm tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy đưa bất phương trình về dạng $ax > b$. **Câu hỏi 2** Hãy giải bất phương trình khi $m = 2$. **Câu hỏi 3** Hãy giải bất phương trình khi $m > 2$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $mx + 4 > 2x + m^2$ $\Leftrightarrow (m - 2)x > m^2 - 4$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Nếu $m = 2$, bất phương trình trở thành $0x > 0$, rõ ràng tập nghiệm là $T = \varnothing$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Nếu $m > 2$, bất phương trình tương đương với $x > m + 2$, tập nghiệm là

Câu hỏi 4 Hãy giải bất phương trình khi $m < 2$.	$T = (m + 2 ; +\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Nếu $m < 2$, bất phương trình tương đương với $x < m + 2$, tập nghiệm là $T = (-\infty ; m + 2)$.

Trả lời các câu còn lại.

b) Nếu $m = \frac{1}{2}$ thì $T = \mathbf{R}$. Nếu $m > \frac{1}{2}$ thì $T = (2m + 1 ; +\infty)$. Nếu $m < \frac{1}{2}$ thì $T = (-\infty ; 2m + 1)$.

c) Nếu $m = \pm 1$ thì $T = \varnothing$. Nếu $m < -1$ hoặc $m > 1$ thì $T = (-\infty ; m^2 + 1)$. Nếu $-1 < m < 1$ thì $T = (m^2 + 1 ; +\infty)$.

d) $2(m + 1)x \le (m + 1)^2(x - 1) \Leftrightarrow (m + 1)(m - 1)x \ge (m + 1)^2$

– Nếu $m = -1$, bất phương trình trở thành $0x \ge 0$, tập nghiệm là $T = \mathbb{R}$.

– Nếu $m < -1$ hoặc $m > 1$ thì $(m + 1)(m - 1) > 0$ nên bất phương trình tương đương với $x \ge \frac{m + 1}{m - 1}$. tập nghiệm là $T = \left[\frac{m + 1}{m - 1} ; +\infty\right)$.

– Nếu $-1 < m < 1$ thì $(m + 1)(m - 1) < 0$ nên bất phương trình tương đương với $x \le \frac{m + 1}{m - 1}$. tập nghiệm là $T = \left(-\infty ; \frac{m + 1}{m - 1}\right]$.

– Nếu $m = 1$, bất phương trình trở thành $0.x \ge 4$, tập nghiệm là $T = \varnothing$.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 37.

Để làm bài tập này HS cần:

– xem lại các ví dụ 2 và ví dụ 3 của bài 4.

– ôn tập lại định lí về dấu của nhị thức bậc nhất.

Hướng dẫn.

a) *Đáp số :* $T = (-\infty ; -1) \cup \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} ; \frac{5}{4} \right)$

b) *Đáp số :* $T = \left(\frac{1}{3} ; 1\frac{1}{2} \right) \cup (4 ; +\infty)$.

c) $\frac{-3x + 1}{2x + 1} \leq -2 \Leftrightarrow \frac{-3x + 1 + 2(2x + 1)}{2x + 1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x + 3}{2x + 1} \leq 0$.

Bằng cách lập bảng xét dấu, ta suy ra tập nghiệm là $T = \left[-3 ; -\frac{1}{2} \right)$.

d) $\frac{x + 2}{3x + 1} \leq \frac{x - 2}{2x - 1} \Leftrightarrow \frac{(x + 2)(2x - 1) - (x - 2)(3x + 1)}{(3x + 1)(2x - 1)} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 8x}{(3x + 1)(2x - 1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x - 8)}{(3x + 1)(2x - 1)} \geq 0$.

Lập bảng xét dấu vế trái :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		0		$\frac{1}{2}$		8		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x - 8$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x + 1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$2x - 1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x(x-8)}{(3x+1)(2x-1)}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Suy ra tập nghiệm là

$T = \left(-\infty ; -\frac{1}{3} \right) \cup \left[0 ; \frac{1}{2} \right) \cup [8 ; +\infty)$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 38.

Để làm bài tập này HS cần:

– xem lại các ví dụ 2 và ví dụ 3 của bài 4.

– ôn tập lại định lí về dấu của nhị thức bậc nhất.

Hướng dẫn.

a) Tìm các nghiệm của mỗi nhị thức trong tích.

– Chia các trương hợp so sánh các nghiệm.

– Lập bảng xét dấu trong mỗi trường hợp.

GV nên lập bảng tại nhà, sau đó treo lên bảng, gọi HS lên điền vào chỗ trống.

Cụ thể như sau:

$$(2x - \sqrt{2})(x - m) > 0 \Leftrightarrow 2\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x - m) > 0.$$

- Nếu $m < \frac{\sqrt{2}}{2}$

H1. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau:

x	$-\infty$		m		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$x - \frac{\sqrt{2}}{2}$		...		...	0	...	
$x - m$		...	0	...		...	
$\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x - m)$		...	0	...	0	...	

H2. Hãy kết luận nghiệm trong trường hợp này.

Đáp số: $T = (-\infty ; m) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; +\infty\right)$.

- $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

H3. Hãy kết luận nghiệm trong trường hợp này.

Đáp số: $T = \mathbb{R} - \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

- $m > \frac{\sqrt{2}}{2}$

H4. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau:

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		m		$+\infty$
$x - \frac{\sqrt{2}}{2}$		...	0	...		...	
$x - m$		...		...	0	...	
$\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x - m)$		...	0	...	0	...	

H5. Hãy kết luận nghiệm trong trường hợp này.

Đáp số: $T = \left(-\infty ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup (m ; +\infty)$.

b) Làm tương tự.

– Nếu $2m - 1 < \sqrt{3}$ tập nghiệm là $T = (-\infty ; 2m - 1) \cup [\sqrt{3} ; +\infty)$.

– Nếu $2m - 1 = \sqrt{3}$ (tức là $m = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$) thì dễ thấy $T = \mathbf{R} - \left\{\sqrt{3}\right\}$

– Nếu $2m - 1 > \sqrt{3}$ (tức là $m > \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$) thì tập nghiệm là $T = (-\infty ; \sqrt{3}) \cup (2m - 1 ; +\infty)$.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 39.

Chữa câu b), câu a) làm tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình $15x-2>2x+\frac{1}{3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có bất phương trình tương đương với : $13x > \frac{7}{3} \Leftrightarrow x > \frac{7}{39}$
Câu hỏi 2 Hãy giải bất phương trình $2(x-4)<\frac{3x-14}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình tương đương với: $\frac{1}{2}x<1 \Leftrightarrow x<2$.
Câu hỏi 3 Hãy tìm nghiệm nguyên của hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Nghiệm nguyên của hệ là x = 1.
Trả lời các câu còn lại. a) T = {4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11}	

HOẠT ĐỘNG 10

Bài 40.

Để giải bất phương trình, HS cần ôn lại:

– Cách phá dấu giá trị tuyệt đối.

– Cách giải các bất phương trình bậc nhất, bất phương trình tích, thương...

Hướng dẫn.

a) $|x + 1| + |x - 1| = 4$.

– Nếu $x \le -1$ thì $x + 1 \le 0$, $x - 1 \le 0$ nên phương trình đã cho trở thành

$-x - 1 - x + 1 = 4$, tức là $x = -2$

mà $-2 < -1$ nên nghiệm trong trường hợp này là $x = -2$.

– Nếu $-1 < x \le 1$ thì $x + 1 > 0$, $x - 1 \le 0$ nên phương trình đã cho trở thành $x + 1 - x + 1 = 4$, vô nghiệm.

– Nếu $1 < x$ thì $x + 1 > 0$, $x - 1 > 0$ nên phương trình đã cho trở thành

$x + 1 + x - 1 = 4$, tức là $x = 2$

mà $1 < 2$ nên nghiệm trong trường hợp này là $x = 2$.

Vậy $T = \{-2 ; 2\}$.

b) H1. Hãy chia các trường hợp để phá dấu giá trị tuyệt đối.

• Nếu $x \le \frac{1}{2}$ thì bất phương trình đã cho trở thành $\frac{-2x + 1}{(x + 1)(x - 2)} > \frac{1}{2}$

H2. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau:

x	$-\infty$		-4		-1		$\frac{1}{2}$
$x - 1$		...		...		...	
$x + 4$		...	0	...		...	
$x + 1$		...		...	0	...	
$x - 2$		...		...		...	
$\frac{(x-1)(x+4)}{(x+1)(x-2)}$		...	0	...	‖	...	

H3. Hãy kết luận nghiệm trong trường hợp này.

• Nếu $x > \frac{1}{2}$ thì bất phương trình đã cho trở thành $\frac{2x - 1}{(x + 1)(x - 2)} > \frac{1}{2}$

H4. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau:

x	$\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
x		...		...		...	
$x - 5$		...		..	0	...	
$x + 1$		...		...		...	
$x - 2$		...	0	...		..	

$\frac{x(x-5)}{(x+1)(x-2)}$	…	||	…	0	…

H5. Hãy kết luận trong tường hợp này.

H6. Kết luận chung.

HOẠT ĐỘNG 11

Bài 41.

Chữa câu a), câu b) làm tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình $(x-\sqrt{5})(\sqrt{7}-2x)>0$. **Câu hỏi 2** Hãy giải bất phương trình $x-m\le 0$ **Câu hỏi 3** Hãy chia các trường hợp và biện luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS lập bảng và đưa ra nghiệm sau: $T_1=\left(\frac{\sqrt{7}}{2};\sqrt{5}\right)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(-\infty;m]$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Nếu $m\le\frac{\sqrt{7}}{2}$ thì tập nghiệm là $T=T_1\cap T_2=\varnothing$; Nếu $\frac{\sqrt{7}}{2}<m<\sqrt{5}$ thì tập nghiệm là $T=T_1\cap T_2=\left(\frac{\sqrt{7}}{2};m\right]$; Nếu $\sqrt{5}\le m$ thì tập nghiệm là $T=T_1\cap T_2=\left(\frac{\sqrt{7}}{2},\sqrt{5}\right)$.

Trả lời các câu còn lại.

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{x-1} < \dfrac{5}{2x-1} \\ x - m \geq 0. \end{cases}$

Ta có $\dfrac{2}{x-1} < \dfrac{5}{2x-1} \Leftrightarrow \dfrac{2(2x-1) - 5(x-1)}{(x-1)(2x-1)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{(x-1)(2x-1)} > 0.$

Bằng cách lập bảng xét dấu vế trái, ta suy ra

$\dfrac{2}{x-1} < \dfrac{5}{2x-1} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < x < 1$ hoặc $x > 3.$

Ta có $T_1 = \left(\dfrac{1}{2}\ ;\ 1\right) \cup (3\ ;\ +\infty)$ Tập nghiệm của bất phương trình thứ hai là

$T_2 = [m;\ +\infty)$. Do đó

– Nếu $m \leq \dfrac{1}{2}$ thì tập nghiệm là $T = \left(\dfrac{1}{2}\ ;\ 1\right) \cup (3\ ;\ +\infty)$;

– Nếu $\dfrac{1}{2} < m < 1$ thì tập nghiệm là $T = [m\ ;\ 1) \cup (3\ ;\ +\infty)$;

– Nếu $1 \leq m \leq 3$ thì tập nghiệm là $T = (3\ ;\ +\infty)$;

– Nếu $3 < m$ thì tập nghiệm là $T = [m\ ;\ +\infty)$.

§5. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (tiết 11, 12)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Hiểu được khía niệm bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Nắm được khái niệm của tập nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn được tập nghiệm đó trên mặt phẳng toạ độ.

Biết liên hệ với bài toàn thực tế, đặc biệt là bài toán cực trị.

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Giải bài toán bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Liên hệ được với bài toán thực tế.

Xác định miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình.

Áp dụng được vào bài toán thực tế.

3. Thái độ.

- Từ việc giải các bài toán này HS liên hệ được nhiều với thực tiễn.

Việc tư duy sáng tạo của HS được mở ra một hướng mới.

Về tư duy: học sinh sẽ có tư duy và lí luận chặt chẽ hơn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ các câu hỏi cho các bài tập thông qua một số bài toán thực tế.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

GV nên chuẩn bị vẽ sẵn một số hình từ 4.5 đến 4.7

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

HS : Ôn lại một số kiến thức về hàm số bậc nhất.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết:

Tiết đầu: Từ đầu đến hết phần 1.

Tiết sau : Phần còn lại và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho đường thẳng có phương trình:

$3x + 4y = 7$. Đặt $f(x, y) = 3x + 4y$

a) Điểm (0 ; 0) có thuộc đường thẳng trên hay không?

b) Điểm (0 ; 1) có thuộc đường thẳng đó không, $f(1, 0)$ âm hay dương?

Câu hỏi 2

Cho hai đường thẳng có phương trình:

$3x + 4y = 7$ và $x - 3y + 2 = 4$

Tìm giao điểm của hai đường thẳng.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

a) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và miền nghiệm của nó

• GV nêu định nghĩa.

• ***Bất phương trình bậc nhất hai ẩn*** *là bất phương trình có một trong các dạng*

$ax + by + c < 0$, $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \leq 0$, $ax + by + c \geq 0$

trong đó a, b *và* c *là các số cho trước sao cho* $a^2 + b^2 \neq 0$; x *và* y *là các ẩn.*

• *Mỗi cặp số* $(x_0 ; y_0)$ *sao cho* $ax_0 + by_0 + c < 0$ *là một bất đẳng thức đúng gọi là* ***một nghiệm*** *của bất phương trình* $ax + by + c < 0$.

Sau đó GV nêu các khái niệm:

– Miền nghiệm.

– Biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng toạ độ.

b) Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

• GV nêu định lí

Trong mặt phẳng toạ độ, mỗi đường thẳng (d) : $ax + by + c = 0$ *chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng ấy (không kể bờ* (d)*) gồm các điểm có toạ độ thoả mãn bất phương trình* $ax + by + c > 0$, *nửa mặt phẳng kia (không kể bờ* (d)*) gồm các điểm có toạ độ thoả mãn bất phương trình* $ax + by + c < 0$.

• GV nêu cách xác định miền nghiệm

Nếu $(x_0 ; y_0)$ *là một nghiệm của bất phương trình* $ax + by + c > 0$ (*hay* $ax + by + c < 0$) *thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm* $M(x_0 ; y_0)$ *chính là miền nghiệm của bất phương trình ấy.*

• GV gọi HS nêu ra các bước sau:

– Vẽ đường thẳng (d) : $ax + by + c = 0$.

– Xét một điểm $M(x_0, y_0)$ không nằm trên (d).

Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mặt phẳng chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mặt phẳng không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

• GV nêu chú ý.: Hướng dẫn HS khi nào tập nghiệm lấy cả bờ.

• Nêu ví dụ 1.

Sau đó GV đặt các câu hỏi sau để thực hiện.

H1. Hãy vẽ đường thẳng có phương trình: $3x + y = 0$

H2. Hãy chọn một điển thuộc một trong hai nửa mặt phẳng.

H3. Thay vào phương trình đường thẳng và xét xem điểm đó có thược miền nghiệm của bất phương trình hay không?

H4. Hãy xác định tập nghiệm của bất phương trình.

• Thực hiện **H1**

Xác định miền nghiệm của bất phương trình $x + y > 0$.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy vẽ đường thẳng $x + y = 0$ **Câu hỏi 2** Điểm (0 ; 1) có là nghiệm của bất phương trình không? **Câu hỏi 3** Xác định miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y > 0$ ***GV :*** *Gọi 3 HS trả lời ba câu.*	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đường phân giác của góc phần tư II. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Điểm (0 ; 1) là nghiệm. **Gợi ý trả lời câu hỏi** Miền chứa điểm (0 ; 1) là miền nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

• GV nêu một vài ví dụ về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

• GV nêu các bước xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhát hai ẩn.

– Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ miền còn lại.

– Làm như trên lần lượt đối với tất cả các bất phương trình trong hệ và trên cùng một mặt phẳng toạ độ. Sau khi kết thúc, miền không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu hỏi sau đây.

H1. Hãy vẽ các đường thẳng có phương trình trong hệ (I).

H2. Hãy chỉ ra miền nghiệm của bất phương trình:

$$3x - y + 3 > 0$$

H3. Hãy chỉ ra miền nghiệm của bất phương trình:

$$-2x + 3y - 6 < 0.$$

H4. Hãy chỉ ra miền nghiệm của bất phương trình:

$$2x + y + 4 > 0$$

H5. Hãy chỉ ra miền nghiệm của hệ.

• Thực hiện **H2**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy vẽ các đường thẳng $-3x + y = 0$. $x - 2y + 5 = 0$, $5x + 2y + 10 = 0$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV tự hướng dẫn HS vẽ.
Câu hỏi 2 Xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV gợi ý HS tự tìm.
Câu hỏi 3 Xác định miền nghiệm của hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi** Lấy giao ba miền nghiệm trên.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Một ví dụ áp dụng bài toán kinh tế

• GV nêu bài toán.

Sau đó cho HS tóm tắt và phân tích bài toán và tìm ra hệ bất phương trình (II) như trong SGK.

• Thực hiện **H3**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy chọn một điểm bất kì thuộc miền tứ giác. **Câu hỏi 2** Chứng minh miền tứ giác ABCD là miền nghiệm. **Câu hỏi 3** Xác định giá trị nhỏ nhất.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS tự chọn. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV gợi ý HS tự chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** 32 ứng với T(5 ; 4).

• GV có thể nêu điều thừa nhận trong SGK.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Bất phương trình bậc nhất hai ẩn** x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by \le c \qquad (1)$$

($ax + by < c$; $ax + by \ge c$; $ax + by > c$ trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

2. Tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

3. *Quy tắc thực hành* biểu diễn hình học miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \le c$

Bước 1. Trên mặt phẳng tọa độ Đêcác vuông góc Oxy, vẽ đường thẳng

$$ax + by = c \qquad (\Delta).$$

Bước 2. Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0) \notin \Delta$ (ta thường lấy gốc toạ độ O)

Bước 3. Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với c.

Bước 4. Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của ax + by ≤ c.

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của ax + by ≤ c.

4. Để giải hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta giải lần lượt các bất phương trình, sau đó lấy giao của các tập nghiệm.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có miền nghiệm là S

(a) $(1; 1) \in S$; (b) $(1; 2) \in S$;

(c) $(1; -1) \in S$; (d) $(1; 5) \in S$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

2. Cho bất phương trình $2x + 3y < 5$ có miền nghiệm là S_1

và $x + \frac{3}{2}y < \frac{5}{2}$ có miền nghiệm là S_2.

(a) $S_1 \subset S_2$ (b) $S_2 \subset S_1$

(c) $S_1 \equiv S_2$ (d) cả ba kết luận đều sai.

Trả lời. Chọn (c).

3. Cho bất phương trình $2x + 3y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S_1

$-x + 2y - 4 < 0$ có tập nghiệm là S_2

Khi đó :

(a) $S_1 \subset S_2$ (b) $S_1 \supset S_2$

(c) $S_1 \equiv S_2$ (d) $S_1 \cap S_2$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + 3y + 5 > 0 \\ -x + 2y - 4 < 0. \end{cases}$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y + 4 > 0 \\ x - 2y + 2 < 0. \end{cases}$ có tập nghiệm là S.

(a) $M(1 ; 1) \in S$; (b) $N(-1 ; 1) \in S$;

(c) $P(1 ; -1) \in S$; (d) $Q(-1 ; -1) \in S$.

Trả lời. Chọn (a).

Hãy chọn kết quả đúng trong các bài tập sau đây

5. Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm S

(a) $M(2 ; 2) \in S$; (b) $N(1 ; 3) \in S$;

(c) $P(-2 ; 1) \in S$; (d) $Q(-2 ; 4) \in S$.

Trả lời. Chọn (a).

6. Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}\, y + \sqrt{2} < 0$ có tập nghiệm S

(a) $(1 ; 1) \in S$; (b) $(1 ; -2) \in S$;

(c) $(2 ; 1) \in S$; (d) $(1 ; 0) \in S$.

Trả lời. Chọn (a).

7. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 3y < 0. \end{cases}$ có tập nghiệm S

(a) $M(1 ; 1) \in S$; (b) $N(-1 ; -1) \in S$;

(c) $P\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$; (d) $K\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \in S$.

Trả lời. Chọn (d).

8. Cho hệ $\begin{cases} -2x + 5y - 1 < 0 \\ x - y + 2 > 0. \end{cases}$ có tập nghiệm là S.

(a) $(1\ ;\ 1) \in S$; (b) $(1\ ;\ -1) \in S$;

(c) $(-\sqrt{2}\ ;\ 1) \in S$; (d) $(-\sqrt{2}\ ;1) \in S$.

Trả lời. Chọn (a).

9. Cho hệ $\begin{cases} y > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 < 0. \end{cases}$ có tập nghiệm S.

(a) $(1\ ;\ -1) \in S$; (b) $(1\ ;\ \sqrt{2}\ ) \in S$;

(c) $(-7\ ;\ \sqrt{5}\ ) \in S$; (d) $(7\ ;\ \sqrt{5}\ ) \in S$.

Trả lời. Chọn (d).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 42.

– Để giải bài toán này, HS cần ôn tập lại cách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Xem lại ví dụ 1 và **H1**

Hướng dẫn.

a) $(x - 2) + 2(y - 1) > 2x + 4$

$\Leftrightarrow -x + 2y - 8 > 0.$

Miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ là đường thẳng $-x + 2y - 8 = 0$) không chứa gốc toạ độ O.

b) $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \le 0.$

Miền nghiệm là nửa mặt phẳng (kể cả bờ là đường thẳng $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$) chứa gốc toạ độ O.

Bài 43.

– Để giải bài toán này, HS cần ôn tập lại ách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Từ đó nêu được cách xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Xem lại ví dụ 12 và **H2** .

Hướng dẫn

a) Hệ đã cho tương đương với hệ

$$\begin{cases} 3x + 2y - 6 > 0 \\ 4x + y - 12 < 0 \end{cases}$$

GV tự xác định miền nghiệm.

b) Hệ đã cho tương đương với hệ

$$\begin{cases} 4x - 5y + 20 > 0 \\ y > 0 \\ x + 3y - 18 < 0 \end{cases}$$

GV hướng dẫn HS xác định miền nghiệm.

44.

Để giải bài toán này HS cần:

– Xem lại bài toán trong SGK.

– Xem lại **H3** .

Hướng dẫn

a) Ta có hệ

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1,6 \\ 0 \le y \le 1,1 \\ 4x + 3y \ge 4,5 \\ x + 2y \ge 2 \end{cases}$$

b) $T = 45x + 35y$.

c) Gia đình đó mua 0,6kg (hay 600g) thịt bò và 0,7kg (hay 700g) thịt lợn thì chi phí ít nhất. Cụ thể chi phí là 51,5 nghìn đồng.

Luyện tập

(tiết 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Thông qua luyện tập ôn lại các kiến thức về cách xác định miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bước đầu hình thành tư duy tối ưu bằng bài toán quy hoạch tuyến tính.

Biết liên hệ với bài toàn thực tế, đặc biệt là bài toán cực trị.

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Xác định miền nghiệm.

Liên hệ thực tế.

Xác định miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình.

3. Thái độ.

- Từ việc giải các bài toán này HS liên hệ được nhiều với thực tiễn.

Việc tư duy sáng tạo của HS được mở ra một hướng mới.

Về tư duy: học sinh sẽ có tư duy và lí luận chặt chẽ hơn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chữa một số bài tại lớp, một số bài hướng dẫn về nhà.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

GV nên chuẩn bị vẽ sẵn một số hình của bài tập.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

•ữem lại các HĐ ví dụ và các bài tập.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết:

IV TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy nêu các bước xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu hỏi 2

Hãy nêu các bước xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Chữa bài 45.

GV chữa kĩ câu a), câu b) hướng dẫn HS làm tại nhà.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy đưa bất phương trình về dạng $ax + by + c < 0$. **Câu hỏi 2** Gốc toạ độ O có thuộc miền nghiệm của bất phương trình hay không? **Câu hỏi 3** Xác định miền nghiệm.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có dạng: $3x + 4y + 11 < 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV hướng dẫn HS tự xác định miền nghiệm.

Bài 46.

GV gọi HS lên bảng và hướng dẫn HS xác định miền nghiệm.

H1. Hãy vẽ đồ thị của mỗi dường thẳng có phương trình trong hệ.

H2. Hãy xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình.

H3. Hãy xác định miền nghiệm của hệ.

HOẠT ĐỘNG 2

Chữa bài 47.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định miền nghiệm của hệ. **Câu hỏi 2** Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác. **Câu hỏi 3** Hãy thay các giá trị của đỉnh vào biểu thức $f(x, y)$ và tìm giá trị nhỏ nhất.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS tự xác định. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, B(4 ; 1), $C\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $f\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$; f(4 ; 1) = −3 ; $f\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right) = \frac{1}{3}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của f(x ; y) là −3 đạt được tại B.

HOẠT ĐỘNG 3

Chữa bài 48.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xác định biểu thức của c. **Câu hỏi 2**	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** c = 9x + 7,5y. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Xác định hệ bất phương trình biểu diễn (S)	$\begin{cases} 0 \le x \le 600 \\ 0 \le y \le 500 \\ 400 \le x + y \le 1000 \\ \frac{1}{2}x < y \le 3x \end{cases}$
Câu hỏi 3 Hãy biểu diễn miền nghiệm và tính chi phí mỗi ngày.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV tự vẽ hình tại nhà và treo lên bảng. Phương án tốt nhất là dùng 100 đơn vị vitamin A và 300 đơn vị vitamin B mỗi ngày. Chi phí mỗi ngày là 3150 đồng.

§6. Dấu của tam thức bậc hai

(tiết 14)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Nắm được định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Biết và vận dụng được định lí trong việc giải các bài toán về xét dấu của một tam thức bậc hai, dấu của một biểu thức có chứa tích, thương.

• Biết sử dụng phương pháp bảng và phương pháp khoảng trong việc giải toán.

• Vận dụng được định lí trong việc giải bất phương trình bậc hai và một số bất phương trình khác.

Biết liên hệ giữa bài toán xét dấu và bài toán về giải bất phương trình và hệ bất phương trình.

2. Kĩ năng

Học sinh sẽ có kĩ năng phát hiện và giải các bài toán về xét dấu của tam thức bậc hai.

Tạo cho HS kĩ năng tìm điều kiện để một tam thức luôn âm, luôn dương.

Có kĩ năng quan sát và liên hệ với việc giải bất phương trình.

3. Thái độ

Biết liên hệ giữa thực tiễn đời sống với toán học.

Nhận biết sự gần gũi giữa định lí về dấu của tam thức và việc giải bất phương trình.

Tích cực, chủ động, tự giác trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ các câu hỏi cho để thực hiện tiến trình dạy học.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

Chuẩn bị sẵn một số hình và một số bảng phục vụ bài học.

GV: Chuẩn bị sẵn một bài kiểm tra trắc nghiệm 10'

2. Chuẩn bị của HS :

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài 4.

Xem lại tất cả các ví dụ và HĐ trong bài 4.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết:

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho biểu thức $f(x)=(x-2)(2x-3)$.

a) Hãy khai triển biểu thức trên.

b) Xét dấu biểu thức trên.

Câu hỏi 2

Hãy nêu phương pháp bảng để xét dấu biểu thức

$$f(x)=(x-1)(-2x+3)$$

Câu hỏi 3

Hãy nêu phương pháp khoảng để xét dấu biểu thức

$$f(x)=(x-1)(-2x+3)$$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Tam thức bậc hai

• GV nêu định nghĩa về tam thức bậc hai.

Tam thức bậc hai *đối với x là biểu thức dạng* $f(x) = ax^2 + bx + c$,

trong đó a, b, c là những số đã cho, $a \neq 0$.

Sau đó đặt ra các câu hỏi sau:

H1. Hãy nêu một số ví dụ về tam thức bậc hai.

H2. Hãy nêu mối quan hệ giữa nhị thức bậc nhất và tam thức bậc hai.

H3. Nêu khái niệm về nghiệm của tam thức bậc hai.

H4. Nêu khái niệm về biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai

HOẠT ĐỘNG 2

2. Dấu của tam thức bậc hai

• GV cho HS quan sát hình trong bảng.

H1. Nếu $\Delta < 0$ em có nhận xét gì về dấu của $f(x)$ và dấu của a.

H2. Nếu $\Delta = 0$ em có nhận xét gì về dấu của $f(x)$ và dấu của a.

H1. Nếu $\Delta > 0$ em có nhận xét gì về dấu của $f(x)$ và dấu của a.

H1. Em có nhận xét gì về dấu của $f(x)$ và dấu của a.

• GV nêu định lí

$$Cho\ f(x) = ax^2 + bx + c\ \ (a \neq 0),\ \Delta = b^2 - 4ac.$$

Nếu $\Delta < 0$ *thì* $f(x)$ *cùng dấu với hệ số* a, *với mọi* $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ *thì* $f(x)$ *luôn cùng dấu với hệ số* a, *trừ khi* $x = \dfrac{-b}{2a}$

Nếu $\Delta > 0$ *thì* $f(x)$ *cùng dấu với hệ số* a *khi* $x < x_1$ *hoặc* $x > x_2$, *trái dấu với hệ số* a *khi* $x_1 < x < x_2$ *trong đó* x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ *là hai nghiệm của* $f(x)$.

Sau đó nêu một số câu hỏi sau:

H1. Xét dấu tam thức $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$.

H2. Xét dấu tam thức $f(x) = 2x^2 - \sqrt{2}x + 1$

H3. Xét dấu tam thức $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$

• GV nêu ví dụ 1 và ví dụ 2 và hướng dẫn HS giải theo SGK. (Chú ý là đã áp dụng định lí ở đâu?)

• Thực hiện **H1**.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1. Hãy tính nghiệm của $f(x)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x_1 = -1,\ x_2 = \dfrac{7}{2}$.
Câu hỏi 2. Khi nào $f(x) > 0$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x \in (-1 : \dfrac{7}{2})$.
Câu hỏi 3. Hãy làm các câu còn lại tương tự.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV hướng dẫn HS làm.

• GV nêu nhận xét trong SGK.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathbb{R},\ ax^2 + bx + c < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

• Nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau đây:

H1. $f(x)$ có phải là tam thức bậc hai hay không?

H2. Với $m = 2$, $f(x)$ có dạng như thế nào?

H3. Khi $f(x)$ là tam thức bậc hai, hãy áp dụng nhận xét trên để tìm m.

• Thực hiện **H2**.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1. Khi nào thì $f(x)$ là nhị thức bậc nhất. Hãy xét dấu của $f(x)$ trong trường hợp này. **Câu hỏi 2.** Khi $m \neq 2$, $f(x) > 0$ với mọi x khi nào?.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi $m = 2$, trường hợp này không thoả mãn vì $f(x)$ có thể âm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\forall x,\ f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - m > 0 \\ \Delta = m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$

ĐỀ KIỂM TRA 10′

Câu 1. Cho $f(x) = -3x^2 - 2x - 1$. Hãy chọn kết kuận đúng trong kết luận sau đây:

(a) $f(x) > 0\ \forall\ x \in R$.

(b) $f(x) < 0\ \forall\ x \in R$.

(c) $f(x) > 0\ \forall$ x thuộc một khoảng nào đó.

(d) $f(x) < 0\ \forall$ x thuộc một khoảng nào đó.

Câu 2. Cho bất phương trình $\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{2x-3}} < 0.$

Chọn kết quả **sai** trong các kết quả sau

(a) Tập nghiệm của bất phương trình là (1 ; 2);

(b) Tập nghiệm của bất phương trình là [1 ; 2];

(c) Tập nghiệm của bất phương trình là $(\frac{3}{2}$; 2);

(d) Tập nghiệm của bất phương trình là $[\frac{3}{2}$; 2);

Đáp án:

Câu 1: (b); Câu 2: (c).

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Tam thức bậc hai** đối với x là biểu thức dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số đã cho, $a \neq 0$.

2. Định lí

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ *thì* $f(x)$ *cùng dấu với hệ số* a, *với mọi* $x \in \mathbb{R}$

Nếu $\Delta = 0$ *thì* $f(x)$ *luôn cùng dấu với hệ số* a, *trừ khi* $x = \frac{-b}{2a}$

Nếu $\Delta > 0$ *thì* $f(x)$ *cùng dấu với hệ số* a *khi* $x < x_1$ *hoặc* $x > x_2$, *trái dấu với hệ số* a *khi* $x_1 < x < x_2$ *trong đó* x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ *là hai nghiệm của* $f(x)$.

3. $$\forall x \in \mathbb{R},\ ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathbb{R},\ ax^2 + bx + c < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Trong khoảng $(-1\ ;\ 0)$, $f(x)$ có dấu là

(a) Dương; (b) Âm;

(c) Vừa có dấu dương, vừa có dấu âm; (d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

2. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Trong khoảng $(1\ ;\ 2)$, $f(x)$ có dấu là

(a) Dương; (b) Âm;

(c) Vừa có dấu dương, vừa có dấu âm; (d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

3. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Trong khoảng $(3\ ;\ 5)$, $f(x)$ có dấu là

(a) Dương; (b) Âm;

(c) Vừa có dấu dương, vừa có dấu âm; (d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

4. Trong khoảng $(1\ ;\ 2)$ các tam thức nào sau đây luôn cùng dấu

(a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$;

(b) $f(x) = x^2 - 3x + 7$ và $g(x) = -x^2 + 3x - 1$;

(c) $f(x) = x^2 - 4x + 9$ và $g(x) = -x^2 - 5x - 4$;

(d) $f(x) = x^2 - 3x + 5$ và $g(x) = -x^2 - 3x - 2$.

Trả lời. Chọn (a).

5. Trong khoảng $(-1\ ;\ -2)$ các tam thức nào sau đây luôn cùng dấu

(a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$;

(b) $f(x) = x^2 - 3x + 7$ và $g(x) = -x^2 + 3x - 1$;

(c) $f(x) = x^2 - 4x + 9$ và $g(x) = -x^2 - 5x - 4$;

(d) $f(x) = -x^2 - 4x - 3$và $g(x) = -x^2 - 5x - 4$.

Trả lời. Chọn (d).

6. Trong khoảng $(-1 ; -2)$, các tam thức nào sau đây luôn cùng dấu

(a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$;

(b) $f(x) = x^2 - 3x + 7$ và $g(x) = -x^2 + 3x - 1$;

(c) $f(x) = x^2 - 4x + 9$ và $g(x) = x^2 - x + 4$;

(d) $f(x) = -x^2 - 4x - 3$ và $g(x) = x^2 - 5x + 4$.

Trả lời. Chọn (c).

7. Trong khoảng $(0 ; +\infty)$, các tam thức nào sau đây luôn cùng dấu

(a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$;

(b) $f(x) = x^2 - 3x + 7$ và $g(x) = -x^2 + 3x - 1$;

(c) $f(x) = x^2 - 4x + 9$ và $g(x) = x^2 - x + 4$;

(d) $f(x) = -x^2 - 4x - 3$ và $g(x) = x^2 - 5x + 4$.

Trả lời. Chọn (c).

8. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Hãy điền các dấu (+); (−) vào các ô trống sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	

Trả lời. Lần lượt điền các dấu: +

9. Phương trình $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$

(a) có nghiệm $\forall m > 0$;

(b) có nghiệm $\forall m < 0$;

(c) có nghiệm $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn kết quả sai.

Trả lời. Chọn (c).

10. Cho bất phương trình $(m - 1)x^2 + (3m - 1)x + 3m - 5 = 0$ (1)

(a) (1) vô nghiệm $\forall m$;

(b) (1) có nghiệm $\forall m$;

(c) (1) có nghiệm khi $m = 1$;

(d) $m \neq 1$ hệ có nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

11. $f(x) = x^2 - 2x + m - 3 > 0 \ \forall x$ khi

(a) $m < 1$;

(b) $m < 2$;

(c) $m > 4$;

(d) $m > 3$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

12. $f(x) = -x^2 + 2mx + 3m - 1 > 0 \ \forall x$ khi

(a) $m < -\frac{3}{2}$;

(b) $m > -\frac{3}{2}$;

(c) $m < \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$ hoặc $m > \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$;

(d) $m \in \mathbb{R}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

13. Tập xác định của phương trình $(x - 1)\sqrt{-x^2 - x + 2} = 0$ là

(a) $x \neq 1$;

(b) $-2 \leq x \leq 1$;

(c) $x < 1$;

(d) $x > 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

14. Phương trình $x^2 + 2mx + m + 1 = 0$ (1) có 2 nghiệm dương khi

(a) $m < \frac{1-\sqrt{5}}{2}$; (b) $m > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$;

(c) $-1 < m < 0$; (d) $m > -1$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

15. Cho tam thức $f(x) = x^2 + 2mx + m - 2 = 0$.

Tam thức có 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn $x_1 < 1 < x_2$ khi

(a) $\forall m$; (b) $m < \frac{1}{2}$;

(c) $m > \frac{1}{2}$; (d) $m \in \varnothing$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

16. Cho $f(x) = (m - 1)x^2 + 2mx - 3m$ có nghiệm $x \in (1 ; 2)$ khi

(a) $m > -\frac{4}{3}$; (b) $m \neq 1$;

(c) $m < -\frac{4}{3}$; (d) $m \in \mathbb{R}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

TRẢ LỜI BÀI TẬP SGK

Bài 49.

Chữa câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Hãy tính Δ'. **Câu hỏi 2.** Hãy xét dấu của $f(x)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta' = 1 - 3 = -2 < 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(x) > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Trả lời các câu còn lại

b) $f(x) > 0 \ \forall \ x \in (2-\sqrt{3} \ ; \ 2+\sqrt{3})$.

c) $f(x) > 0 \ \forall \ x \neq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) $f(x) > 0 \ \forall \ x \in (\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \ ; \ 1)$.

Bài 50.

Chữa câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xét dấu của hệ số a. **Câu hỏi 2** Hãy tính Δ' **Câu hỏi 3** $f(x) > 0$ với mọi x khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a > 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\Delta' = 2m - 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Khi $\Delta' < 0$ hay $m < \dfrac{1}{2}$

Trả lời các câu còn lại

b) Tam thức đã cho có $a = m + 2$ và $\Delta' = (m + 2)^2 - (m + 2)(m + 3) = -(m + 2)$.

Do đó điều kiện để tam thức luôn dương là

$$\begin{cases}\Delta < 0\\ a > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-(m+2) < 0\\ m + 2 > 0\end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$$

Bài 51.

Để làm bài tập này HS cần ôn lại:

– Định lí về dấu của tam thức bậc hai.

– Công thức tính Δ hoặc Δ'.

Hướng dẫn.

a) Mọi $m \in \mathbf{R}$.

b) Để biểu thức đã cho luôn âm với mọi x, cần và đủ là

$$\begin{cases}\Delta = (m-3)^2 - (m-2)(m-1) = -3m + 7 < 0\\ a = m - 2 < 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m > \dfrac{7}{3}\\ m < 2\end{cases}$$

Không có giá trị nào của m thoả mãn điều kiện này $\left(\text{do } \dfrac{7}{3} > 2\right)$

Bài 52.

Xem hướng dẫn trong SGK.

§7 Bất phương trình bậc hai

(tiết 15, 16)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Hiểu được khái niệm bất phương trình bậc hai, và tập xác định của nó.

Nắm được khái niệm của tập nghiệm của bất phương trình bậc hai, hai ẩn và biểu diễn được tập nghiệm đó trên mặt phẳng toạ độ.

Biết liên hệ với bài toàn thực tế. đặc biệt là bài toán cực trị.

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Giải bài toán bất phương trình và hệ bất phương trình bậc hai.

Liên hệ được với bài toán thực tế.

Xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc hai.

Áp dụng được vào bài toán thực tế.

3. Thái độ.

- Từ việc giải các bài toán này HS liên hệ được nhiều với thực tiễn.

Việc tư duy sáng tạo của HS được mở ra một hướng mới.

Về tư duy: học sinh sẽ có tư duy và lí luận chặt chẽ hơn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ các câu hỏi cho các bài tập thông qua một số bài toán thực tế.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

GV nên chuẩn bị vẽ sẵn một số bảng trong SGK.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

HS : Ôn lại một số kiến thức về hàm số bậc nhất.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết:

Tiết đầu: Từ đầu đến hết phần 2.

Tiết sau : Phần còn lại và hướng dẫn bài tập.

IV TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Phát biểu định lí về dấu tam thức bậc hai.

Câu hỏi 2

Cho tam thức $f(x) = -x^2 + 3x + m - 1$

a) Xác định m để tam thức luôn âm.

b) Xác định m để tam thức dương trên một khoảng.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Định nghĩa và cách giải

• GV nêu định nghĩa và cách giải bất phương trình bậc hai.

Bất phương trình bậc hai *(một ẩn) là bất phương trình có một trong các dạng* $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \geq 0$, $f(x) \leq 0$, *trong đó* $f(x)$ *là một tam thức bậc hai.*

H1. Hãy nêu cách giải bất phương trình bậc hai.

H2. Để giải bất phương trình bậc hai cần tìm những yếu tố nào?

• GV nêu ví dụ 1 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau:

H1. Tính Δ và các nghiệm của tam thức.

H2. Giải bất phương trình bậc hai trên.

H3. Biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

• Thực hiện **H1**

Chữa câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Hãy xác định hệ số a và tính Δ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a = 1 > 0$. $\Delta = 9 > 0$.
Câu hỏi 2. Giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x \in (-4 ; -1)$.

Trả lời.

b) $\forall x \neq \frac{1}{\sqrt{3}}$

c) $x \in (-\infty ; \frac{5}{7}) \cup (1 ; +\infty)$

HOẠT ĐỘNG 2

2. Bất phương trình tích và bất phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS thực hiện : trả lời các câu sau

H1. Hãy xét dấu của tử thức.

H2. Hãy xét dấu của mẫu thức.

H3. Điền dấu vào bảng xét dấu sau đây.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		2		3		$+\infty$
$2x^2 + 3x - 2$		...	0	...	0	...	|	...	|	...	
$x^2 - 5x + 6$		...	|	...	|	...	0	...	0	...	
f(x)		...	0	...	0	...	‖	...	‖	...	

H4. Hãy viết tập nghiệm.

• Thực hiện **H2**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Hãy xét dấu của $f(x) = 4 - 2x$ **Câu hỏi 2.** Hãy xét dấu của $f(x) = x^2 + 7x + 12$. **Câu hỏi 3.** Lập bảng xét dấu và kết luận nghiệm.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $f(x) > 0 \ \forall \ x < 2, \ f(x) < 0 \ \forall \ x > 2.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $f(x) > 0 \ \forall \ x \in (-\infty ; -4) \cup (-3 ; +\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV tự làm.

• GV nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS thực hiện theo các gợi ý sau:

H1. Hãy chuyển biểu thức về dạng $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)} \le 0$

H2. Hãy điền dấu vào bảng sau:

x	$-\infty$		2		$\frac{7}{2}$		5		$+\infty$
$-2x + 7$	..	|	...	|	0	....	|	...	
$x^2 - 7x + 10$	...	|	0	...	|	...	0	...	
f(x)	...	‖	...	‖	0	...	‖	...	

H3. Hãy nêu tập nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Hệ bất phương trình bậc hai

• GV nêu ví dụ 4 và hướng dẫn HS thực hiện : trả lời các câu sau

H1. Hãy giải bất phương trình thứ nhất trong hệ.

H2. Hãy giải bất phương trình thứ 2 trong hệ.

H3. Hãy biểu diễn các tập nghiệm trên, trên cùng một mặt phẳng toạ độ.

H4. Hãy lấy giao hai tập nghiệm và nêu tập nghiệm của hệ.

• Thực hiện **H3**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $2x+1>5$. **Câu hỏi 2.** Haỹ tìm tập nghiệm của bất phương trình : $2x^2-9x+7\geq 0$ **Câu hỏi 3.** Hãy biểu diễn hai tập nghiệm trên, trên trục số và nêu tập nghiệm của hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $S=(2\ ;\ \infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $T=(-\infty\ ;\ 1]\cup[\frac{7}{2}\ ;+\infty)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV tự làm.

• GV nêu ví dụ 5 và hướng dẫn H thực hiện theo các câu hỏi sau đây.

H1. Với m = 2, phương trình đã cho có nghiệm hay không?

H2. Với $m \neq 2$, với điều kiện nào thì bất phương trình có nghiệm.

H3. H3. Tìm m để bất phương trình có nghiệm.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Giải bất phương trình $x^2 - 3x + 3 < 0$ có nghiệm là

(a) $x < 1$; (b) $x > 3$;

(c) $1 < x < 3$; (d) $x \in \mathbb{R}$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

2. Cho bất phương trình $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 1 > 0$ có tập nghiệm là S.

(a) $1 \in S$;

(b) $-1 \in S$;

(c) $5 \in S$;

(d) $\frac{3}{2} \in S$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

3. Cho bất phương trình $2x + 1 > 0$ có tập nghiệm S

và bất phương trình $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 1 > 0$ có tập nghiệm K

Khi đó

(a) $K \subset S$;

(b) $S \subset K$;

(c) $S \cap K = \varnothing$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

4. Cho tam thức $f(x) = \sqrt{3}\,x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 1$

Hãy điền các dấu (+); (–) vào các ô trống sau

x	$-\infty$	$\sqrt{3}-\sqrt{3-\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}+\sqrt{3-\sqrt{3}}$	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	

Trả lời. Lần lượt điền các dấu: + . –, +

5. Phương trình $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$

(a) có nghiệm $\forall m > 0$;

(b) có nghiệm $\forall m < 0$;

(c) có nghiệm $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn kết quả sai.

Trả lời. Chọn (c).

6. Cho bất phương trình $(m-1)x^2 + (3m-1)x + 3m - 5 = 0$ (1)

(a) (1) vô nghiệm $\forall m$;

(b) (1) có nghiệm $\forall m$;

(c) (1) có nghiệm khi $m = 1$;

(d) $m \neq 1$ hệ có nghiệm.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

7. $f(x) = x^2 - 2x + m - 3 > 0 \ \forall x$ khi

(a) $m < 1$;

(b) $m < 2$;

(c) $m > 4$;

(d) $m > 3$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (b).

8. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm chứa đoạn $[0 ; 2]$

(a) $x^2 - 2 > 0$;

(b) $x^2 - 2 < 0$.

(c) $x^2 + 1 > 0$;

(d) $x^2 + 1 < 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

9. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm chứa đoạn $[0 ; +\infty)$

(a) $x^2 - 2 > 0$;

(b) $x^2 - 2 < 0$

(c) $x^2 + 1 > 0$;

(d) $x^2 + 1 < 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

10. Bất phương trình nào sau đây vô nghiệm?

(a) $x^2 - 2 > 0$;

(b) $x^2 - 2 < 0$.

(c) $x^2 + 1 > 0$; (d) $x^2 + 1 < 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

11. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm chứa tập nghiệm của bất phương trình:

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0.$$

(a) $x^2 - 2x + 1 > 0$; (b) $x^2 - 3x + 2 < 0$

(c) $x^2 - 8x - 9 < 0$; (d) $x^2 + 3 \leq 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

12. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm chứa tập nghiệm của bất phượng trình:

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0.$$

(a) $x^2 - 4x + 4 > 0$; (b) $x^2 - 3x + 2 < 0$

(c) $x^2 - 8x - 9 < 0$; (d) $x^2 + 3 \geq 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

13. Bất phương trình $x^2 - 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

(a) $m < 1$ (b) $m > 3$

(c) $m > 2$ (d) $m \leq 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

14. Bất phương trình $x^2 - 4x + m \leq 0$ có nghiệm khi

(a) $m < 1$ (b) $m > 3$

(c) $m > 2$ (d) $m \leq 2$.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (d).

15. Hệ **b**ất phương trình

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x^2+2x+m<0 \end{cases}$$

có nghiệm khi

(a) m < −3;

(b) m > −3;

(c) m > 2

(d) không có m nào.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

16. Hệ **b**ất phương trình

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x^2+2x+4<0 \end{cases}$$

(a) Vô nghiệm;

(b) Có nghiệm là một đoạn;

(c) Có nghiệm là một khoảng;

(d) Có nghiệm là hợp các khoảng.

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1. Hãy xác định hệ số a và tính Δ'. **Câu hỏi 2.** Giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a = -5 < 0$. $\Delta = 64 > 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

	$T = \left(-\infty\ ;\ -\dfrac{6}{5}\right) \cup (2\ ;\ +\infty)$.

Trả lời các câu còn lại.

b) $T = \varnothing$.

c) $T = \mathbb{R}$.

d) $T = [-2\ ;\ 3]$.

Bài 54.

Hướng dẫn câu b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Hãy đưa bất phương trình về dạng $\dfrac{P(x)}{Q(x)} \le 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có dạng: $\dfrac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10} \le 0$
Câu hỏi 2. Lập bảng xét dấu và giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $S = (-\infty\ ;\ -2] \cup [1\ ;\ 3] \cup [5\ :\ +\infty)$.

Trả lời các câu còn lại

a) $S = (0\ ;\ 1) \cup (2\ ;\ 4) \cup (7\ ;\ +\infty)$.

c) $S = [-6\ ;\ -\dfrac{1}{2}] \cup [5\ ;\ +\infty)$.

d) $S = [-\sqrt{3}\ ;\ \sqrt{3}]$.

Bài 55.

Để giải bài tập này HS cần:

– Ôn tập lại phần phương trình bậc hai.

– Giải bất phương trình bậc hai.

Hướng dẫn

H1. Hãy chia các trường hợp của m để biểu thức là tam thức bậc hai và nhị thức bậc nhất.

H2. Tính Δ trong trường hợp phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

H3. Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) $f(x) = (3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1)$;

Làm tương tự câu a)

Bài 56.

Để giải hệ bất phương trình, HS cần tuân thủ theo các bước sau:

– Giải từng bất phương trình trong hệ.

– Biểu diễn mỗi tập nghiệm của các bất phương trình trên cùng một hệ trục toạ độ.

– Lấy giao các tập nghiệm.

Hướng dẫn.

a)

H1. Hãy giải bất phương trình $2x^2 + 9x + 7 \le 0$.

H2. Hãy giải bất phương trình $x^2 + x - 6 < 0$.

H3. Biểu diễn các tập nghiệm trên cùng một trục toạ độ, lấy giao và viết tập nghiệm của hệ.

Đáp số. $-1 \le x \le 2$;

b) *Hướng dẫn.*

H1. Hãy giải bất phương trình $4x^2 - 5x - 6 \le 0$.

H2. Hãy giải bất phương trình $-4x^2 + 12x - 5 < 0$.

H3. Biểu diễn các tập nghiệm trên cùng một trục toạ độ, lấy giao và viết tập nghiệm của hệ.

Đáp số. $-\frac{3}{4} \le x < \frac{1}{2}$;

c) *Hướng dẫn.*

H1. Hãy giải bất phương trình $-2x^2 - 5x + 4 \le 0$

H2. Hãy giải bất phương trình $-x^2-3x+10\geq 0$.

H3. Biểu diễn các tập nghiệm trên cùng một trục toạ độ, lấy giao và viết tập nghiệm của hệ.

Đáp số. $-5\leq x\leq \dfrac{-5-\sqrt{57}}{4}$ hoặc $\dfrac{-5+\sqrt{57}}{4}\leq x\leq 4$;

d) *Hướng dẫn.*

H1. Hãy giải bất phương trình $2x^2+x-6>0$

H2. Hãy giải bất phương trình $3x^2-10x+3>0$

H3. Biểu diễn các tập nghiệm trên cùng một trục toạ độ, lấy giao và viết tập nghiệm của hệ.

Đáp số. $-\infty<x<-2$ hoặc $3<x<+\infty$

Luyện tập
(tiết 17, 18)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Thông qua luyện tập ôn tập lại định lí về dấu tam thức bậc hai.

Vận dụng vào việc giải bất phương trình và hệ bất phương trình.

Biết liên hệ với bài toán thực tế, đặc biệt là bài toán cực trị.

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Phát hiện và giải quyết các vấn đề về giải bất phương trình và hệ bất phương trình.

Giải bất phương trình và hệ bất phương trình.

Xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc hai trên trục và từ đó giải được hệ bất phương trình bậc hai.

Áp dụng được vào bài toán thực tế.

3. Thái độ.

- Từ việc giải các bài toán này HS liên hệ được nhiều với thực tiễn.

Việc tư duy sáng tạo của HS được mở ra một hướng mới.

Về tư duy: học sinh sẽ có tư duy và lí luận chặt chẽ hơn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị kĩ một số bài tập chữa tại lớp, một số bài hướng dẫn về nhà.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

GV nên chuẩn bị vẽ sẵn một số bảng của bài tập trong SGK.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

HS : Ôn lại một số kiến thức về hàm số bậc hai.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết:

Tiết đầu: Chữa bài tập.

Tiết sau : Chữa bài tập tiếp và kiểm tra 15'

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các bước giải hệ bất phương trình bậc hai.

Câu hỏi 2

Bất phương trình hệ quả là gì?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 57.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính Δ. **Câu hỏi 2** Phương trình trên có nghiệm khi nào? **Câu hỏi 3** Hãy tìm m.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta = m^2 + 4m - 8$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi $\Delta \geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $m^2 + 4m - 8 \geq 0$ $\Leftrightarrow$ m $\in$ $(-\infty ; -2-\sqrt{12}) \cup$

	$(-2+\sqrt{12}\ ;+\infty)$.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 58

GV chữa câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính Δ'. **Câu hỏi 2** Hãy chứng tỏ $\Delta < 0\ \forall$ m. **Câu hỏi 3** Vận dụng định lí về dấu tam thức bậc hai và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta' = -m^2 + m - 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Đặt $f(m) = -m^2 + m - 2$, ta thấy $\Delta_m = -7 < 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV tự kết luận.
Đối với câu b) GV cho HS về nhà làm tương tự.	

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 59

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xét bất phương trình khi m = 1. **Câu hỏi 2** Khi m ≠ 1, bất phương trình nghiệm đúng với mọi x ∈ R khi nào? **Câu hỏi 3**	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi m = 1, bất phương trình trở thành: $-4x - 3 > 0$, bất phương trình không nghiệm đúng với mọi x ∈ R. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi $\Delta < 0$ và m > 1.

Hãy tìm m.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV thành lập hệ: $\begin{cases} m-1>0 \\ 2m^2+7m-7>0 \end{cases}$

Bài 60.

Để giải các bất phương trình này, HS cần:

– Đưa bất phương trình về dạng $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$

– Lập bảng xét dấu và lấy kết quả.

a) *Đáp số.* S = [−3 ; −2] ∪ [−1; 1].

b) (1 ;2) ∪ (3 ; 4) ∪(5 ; + ∞).

Bài 61.

Để giải các bất phương trình này, HS cần:

– Nhớ lại điều kiện để căn thức có nghĩa.

– Lập bảng xét dấu và lấy kết quả.

a) $S = \left[-\dfrac{5}{2}\ ;\ \dfrac{1}{2}\right]$.

b) S $(-\infty\ ;-4) \cup (-\dfrac{1}{2}\ ;+\infty)$

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 62

GV chữa câu c), các câu khác HS làm tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình:	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có nghiệm là: $-3 < x < 3$.

$x^2 - 9 < 0$ **Câu hỏi 2** Hãy lập bảng xét dấu và giải bất phương trình : $(x-1)\left(3x^2+7x+4\right) \geq 0$ **Câu hỏi 3** Hãy biểu diễn hai tập nghiệm trên, trên cùng một hệ trục và tìm nghiệm của hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình có nghiệm là : $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ hoặc $1 \leq x < 3$.

Trả lời các câu còn lại.

a) $S = [2 ; 5]$.

b) $\left(\frac{\sqrt{137}-9}{4} ; 2\right]$.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 63

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy xét dấu $2x^2 - 3x + 2$. **Câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với hệ nào? **Câu hỏi 3** Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tam thức này luôn luôn dương với mọi x. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} 3x^2 + 2x + a + 2 \geq 0 \\ 13x^2 - 26x - a + 14 > 0 \end{cases}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Khi và chỉ khi hai bất phương trình của hệ có nghiệm với mọi x.

	Đáp số. a $\in \left[-\frac{5}{3};1\right)$.

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 64

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình $x^2+2x-15<0$ **Câu hỏi 2** Trong bất phương trình $(m+1)x\geq 3$. với m = −1 hãy tìm nghiệm. **Câu hỏi 3** Với m + 1 > 0, hãy tìm m. **Câu hỏi 4** Với m + 1 < 0, hãy tìm m. **Câu hỏi 5** Hãy kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình này có nghiệm: $-5 < x < 3$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với m = −1, bất phương trình vô nghiệm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** m > 0. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $m < -\frac{8}{5}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 5** $m < -\frac{8}{5}$ hoặc m > 0.

HOẠT ĐỘNG 7

Kiểm tra 15' bằng câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1: 2 đ, hai câu sau, mỗi câu 4 đ.

Câu 1. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(a) Bất phương trình : $3x^2+2x-1>0$ nghiệm đúng với mọi x.

(b) Bất phương trình : $3x^2 + 2x - 1 < 0$ nghiệm đúng với mọi x.

(c) Bất phương trình : $3x^2 + 2x + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi x.

(d) Bất phương trình : $3x^2 + 2x + 1 < 0$ nghiệm đúng với mọi x.

Đáp số. Chọn (c).

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào các câu sau:

(a) Bất phương trình : $3x^2 + 2mx - 1 > 0$ có nghiệm với mọi m ☐

(b) Bất phương trình : $3x^2 + 2mx - 1 < 0$ có nghiệm với mọi m ☐

(c) Bất phương trình : $3x^2 + 2mx - 1 > 0$ vô nghiệm với mọi m ☐

(d) Bất phương trình : $3x^2 + 2mx - 1 > 0$ vô nghiệm với mọi m ☐

Đáp số.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3.

Hãy điền dấu vào bảng sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2 - 3x - 5$		...	|	...	0	...	|	...	0	...	
$4 - x^2$		...	0	...	|	...	0	...	|	...	
$\frac{2x^2 - 3x - 5}{4 - x^2}$		...	||	...	0	...	||	...	0	...	

Đáp số.

x	$-\infty$	-2	-1	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$

$2x^2-3x-5$	+	|	+	0	−	|	−	0	+		
$4-x^2$	−	0	+	|	+	0	−	|	−		
$\frac{2x^2-3x-5}{4-x^2}$	−	‖	+	0	−	‖	+	0	−		

§8. Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai (tiết 19, 20)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Nắm được cách giải một số dạng bất phương trình và hệ bất phương trình quy về bậc hai : Bất phương trình và hệ bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối, bất phương trình chứa căn bậc hai....

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Giải thành thạo một số dạng bất phương trình và hệ bất phương trình trên.

Phát hiện và xử lí một số dạng toán cơ bản.

3. Thái độ.

- Tự tin và chính xác trong quá trình giải toán.

Tư duy sáng sủa và sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

• Chuẩn bị Một số ví dụ để bao quát các dạng toán.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

HS : Ôn lại một số kiến thức về hàm số bậc hai.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết:

Tiết đầu: Từ đầu đến hết ví du 2.

Tiết sau : Phần còn lại và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Bất phương trình

$$\sqrt{x^2-7x+6}>0$$

(a) có nghiệm với mọi x đúng hay sai?

b) có nghiệm với mọi x thoả mãn $x^2-7x+4>0$ đúng hay sai?

Câu hỏi 2

Nêu cách giải bất phương trình tích.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Phương trình và bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

• GV nêu ví dụ 1 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau:

H1. Hãy phá dấu giá trị tuyệt đối và chia các trường hợp để giải.

H2. Hãy giải bất phương trình trong trường hợp $x \geq \frac{2}{3}$

H3. Hãy giải bất phương trình trong trường hợp $x < \frac{2}{3}$

H4. Kết luận tập nghiệm của bất phương trình.

H5. Có thể giải bất phương trình bằng phương pháp bình phương hai vế được không?

H6. Hãy đặt điều kiện để giải bất phương trình bằng phương pháp bình phương hai vế.

H7. Hãy giải bất phương trình này bằng phương pháp nói trên.

Sau đó GV tổng kết: Có hai cách giải bất phương trình dạng này.

– Phá dấu giá trị tuyệt đối.

– Bình phương hai vế. (Chú ý khi bình phương hai vế phải chia vế không chứa dấu giá trị tuyệt đối làm hai trường hợp: âm và không âm, chứ không phải đặt điều kiện)

• Thực hiện **H1**

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Khi $x < 3$, phương trình có nghiệm hay không? **Câu hỏi 2** Khi $x \geq 3$, hãy giải phương trình bằng phương pháp bình phương hai vế. **Câu hỏi 3** Hãy tìm m.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Phương trình vô nghiệm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi $\Delta \geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Với điều kiện $x \geq 3$, ta có : $(x^2 - 8x + 15 - x + 3)(x^2 - 8x + 15 + x - 3) = 0$ Hay $(x^2 - 9x + 18)(x^2 - 7x + 12) = 0$ Phương trình có nghiệm là: $x = 6$, $x = 3$, $x = 4$.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Phương trình và bất phương trình chứa ẩn trong dấu căn bậc hai

• GV nêu vấn đề sau:

Giả sử $f(x)$ là một biểu thức không âm. Xét bất phương trình sau:

$$\sqrt{f(x)} > g(x). \qquad (1)$$

H1. Nghiệm của bất phương trình $g(x) < 0$, là nghiệm của bất phương trình (1), đúng hay sai?

H2. Trong trường hợp $g(x) \geq 0$ bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $f(x) > [g(x)]^2$ đúng hay sai?

GV: Cả hai câu hỏi trên đều đúng. Từ đó nêu lên cách giải bất phương trình dạng (1).

• GV nêu vấn đề sau:

Giả sử $f(x)$ là một biểu thức không âm. Xét bất phương trình sau:

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \qquad (2)$$

H1. Nếu $g(x) < 0$. bất phương trình (2) vô nghiệm, đúng hay sai?

H2. Trong trường hợp $g(x) \geq 0$. bất phương trình (2) tương đương với bất phương trình $f(x) > [g(x)]^2$ đúng hay sai?

GV: Cả hii câu hỏi trên đều đúng. Từ đó nêu lên cách giải bất phương trình dạng (2).

• GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau đây:

H1. Hãy tìm điều kiện của phương trình.

H2. Với điều kiện của bất phương trình thì $2x + 1 < 0$. phương trình đã cho vô nghiệm, đúng hay sai?

H3. Hãy giải phương trình trong trường hợp $2x + 1 \geq 0$

• Thực hiện **H2**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của phương trình. **Câu hỏi 2** Khi $x < -20$, bất phương trình có nghiệm hay không? **Câu hỏi 3** Khi $x \geq -20$, hãy giải phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của bất phương trình là : $x \leq -28 - \sqrt{464}$ hoặc $x \geq -28 + \sqrt{464}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình vô nghiệm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $x = 20$.

• GV nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau:

H1. Tìm điều kiện của bất phương trình.

H2. Khi $x < 2$ bất phương trình có nghiệm hay không?

H3. Hãy giải bất phương trình trong trường hợp $x \geq 2$.

• Thực hiện **H3**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Khi $x < 3$, bất phương trình có nghiệm hay không? **Câu hỏi 3** Khi $x \geq 3$, hãy giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của bất phương trình là : $x \leq -3$ hoặc $x \geq 5$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình vô nghiệm. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $5 \leq x < 6$.

• GV nêu ví dụ 4 và hướng dẫn HS giải theo các câu hỏi sau:

H1. Tìm điều kiện của bất phương trình.

H2. Khi $x < -3$ bất phương trình có nghiệm hay không?

H3. Hãy giải bất phương trình trong trường hợp $x \geq 3$.

• Thực hiện **H4**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Khi $x < -2$, bất phương trình có nghiệm hay không? **Câu hỏi 3** Khi $x \geq -2$, hãy giải bất phương trình trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của bất phương trình là : $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình có nghiệm với mọi $x < -2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $S = (-\infty ; -2) \cup [-2 ; -\frac{5}{4}) = (-\infty ; -\frac{5}{4})$.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Phương trình $\sqrt{f(x)} = g(x)$ tương đương với hệ:

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

2. Phương trình $|f(x)| = g(x)$ tương đương với hệ

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f^2(x) = g^2(x) \end{cases}$$

3. Bất phương trình $\sqrt{f(x)} < g(x)$ tương đương với hệ

$$\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

4. Bất phương trình $\sqrt{f(x)} < g(x)$ tương đương với

$$\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phương trình $|x-1| = 2x+3$ tương đương với :

(a) $(x-1)^2 = (2x+3)^2$; (b) $(x-1)^2 = -(2x+3)^2$;

(c) $-(x-1)^2 = (2x+3)^2$; (d) $\begin{cases} (x-1)^2 = (2x+3)^2 \\ x \ge -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Trả lời. Chọn (d).

Câu 2. Phương trình $\sqrt{x-1} = 2x+3$ tương đương với :

(a) $(x-1) = (2x+3)^2$; (b) $(x-1) = -(2x+3)^2$;

(c) $-(x-1) = (2x+3)^2$; (d) $\begin{cases} (x-1) = (2x+3)^2 \\ x \ge -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Trả lời. Chọn (d).

Câu 3. Bất phương trình $|x-1| > 2x+3$ tương đương với :

(a) $\begin{cases} x \ge 1 \\ (x-1)^2 > (2x+3)^2 \end{cases}$; (b) $\begin{cases} x \ge -\dfrac{3}{2} \\ (x-1)^2 > (2x+3)^2 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1)^2 > (2x+3)^2 \end{cases}$ hoặc x $< -\dfrac{3}{2}$;

(d) $\begin{cases} (x-1)^2 > (2x+3)^2 \\ x \geq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$ hoặc x $> -\dfrac{3}{2}$

Trả lời. Chọn (c).

Câu 4. Bất phương trình $|x-1| < 2x+3$ tương đương với :

(a) $\begin{cases} x \geq 1 \\ (x-1)^2 < (2x+3)^2 \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1)^2 < (2x+3)^2 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1)^2 < (2x+3)^2 \end{cases}$ hoặc x $< -\dfrac{3}{2}$;

(d) $\begin{cases} (x-1)^2 < (2x+3)^2 \\ x \geq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$ hoặc x $> -\dfrac{3}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

Câu 5. Bất phương trình $\sqrt{x-1} > 2x+3$ tương đương với :

(a) $\begin{cases} x \geq 1 \\ (x-1) > (2x+3)^2 \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1) > (2x+3)^2 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1) > (2x+3)^2 \end{cases}$ hoặc x $< -\dfrac{3}{2}$;

(d) $\begin{cases} (x-1) > (2x+3)^2 \\ x \geq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$ hoặc $x > -\dfrac{3}{2}$.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 6. Bất phương trình $\sqrt{x-1} < 2x+3$ tương đương với :

(a) $\begin{cases} x \geq 1 \\ (x-1) < (2x+3)^2 \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1) < (2x+3)^2 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ (x-1) < (2x+3)^2 \end{cases}$ hoặc $x < -\dfrac{3}{2}$;

(d) $\begin{cases} (x-1) < (2x+3)^2 \\ x \geq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$ hoặc $x > -\dfrac{3}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 65.

Để giải dạng toán này, HS cần:

– Ôn tập lại cách giải phương trình và bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

– Ôn tập lại cách giải phương trình và bất phương trình chứa dấu căn bậc hai.

– Xem lại các ví dụ và HĐ trong SGK.

Hướng dẫn.

a) Điều kiện của phương trình là $x \leq -5$ hoặc $x \geq -1$.

Phương trình tương đương với :

$$(-11x-1)\left(2x^2+x+9\right)=0$$

Đáp số. $x = -\frac{1}{11}$

b) Điều kiện của phương trình là : $x \geq \frac{1}{2}$

Phương trình tương đương với :

$$-x\left(3x-2\right)=0$$

Đáp số. $x = \frac{2}{3}$

c) Điều kiện của bất phương trình là : $x \geq -\frac{5}{2}$

Đáp số. $S = [-1\ ;\ 4]$.

d) Bình phương hai vế ta có : $\left(x-1\right)^2\left(2x+1\right)\geq 0$

Tập nghiệm là: $\left[-\frac{1}{2}\ ;+\infty\right)$.

Bài 66.

Để giải dạng toán này, HS cần:

– Ôn tập lại cách giải phương trình và bất phương trình chứa dấu căn bậc hai.

– Xem lại các ví dụ và HĐ trong SGK.

Hướng dẫn.

a) Điều kiện của phương trình là $x\leq \frac{-2-\sqrt{6}}{2}$ hoặc $x \geq \frac{-2+\sqrt{6}}{2}$

Phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} x^2+2x-2=0 \\ x\geq -1 \end{cases}$$

Đáp số. $x = \sqrt{3}-1$

b) Điều kiện của phương trình là $x\leq \frac{-101-\sqrt{9177}}{8}$ hoặc $x \geq \frac{-101+\sqrt{9177}}{8}$

Phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} 21x - 336 = 0 \\ x \geq -10 \end{cases}$$

Đáp số. x = 16.

c) Xem hướng dẫn trong SGK.

Đáp số. $x = -1 \pm \sqrt{2}$

d) Xem hướng dẫn trong SGK.

Đáp số. $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{37}}{2}$

Bài 67.

Để giải dạng toán này, HS cần:

– Ôn tập lại cách giải bất phương trình chứa dấu căn bậc hai.

– Xem lại các ví dụ và HĐ trong SGK.

Hướng dẫn.

a) Điều kiện của bất phương trình là $x \leq -3$ hoặc $x \geq 2$.

Bất phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} 3x - 7 < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Đáp số. $S = \left[2 \ ; \ \dfrac{7}{3}\right)$

b) Điều kiện của bất phương trình là $x \geq \dfrac{1}{2}$

Bất phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} 4x^2 - 14x + 10 \geq 0 \\ x \geq \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Đáp số. $S = \left[\frac{5}{2}\ ;\ +\infty\right)$.

c) Điều kiện của bất phương trình là $x \le -\frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $x \ge \frac{1}{\sqrt{2}}$

Bất phương trình tương đương với :

$$x > 1 \text{ hoặc } \begin{cases} x^2 + 2x - 2 > 0 \\ x \le 1 \end{cases}$$

Đáp số. $S = (-\infty\ ;\ -1-\sqrt{3}\ ) \cup (-1+\sqrt{3}\ ;+\infty)$.

d) Điều kiện của bất phương trình là $x \le -2$ hoặc $x \ge 7$

Bất phương trình tương đương với :

$$x < \frac{1}{2} \text{ hoặc } \begin{cases} 3x^2 + x + 15 \le 0 \\ x \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đáp số. $S = (-\infty\ ;\ -2]$.

Bài 68.

Để giải dạng toán này, HS cần:

– Ôn tập về miền xác định của hàm số.

– Ôn tập lại cách giải bất phương trình chứa dấu căn bậc hai.

– Xem lại các ví dụ và HĐ trong SGK.

Hướng dẫn.

a) Điều kiện của bất phương trình là $\left|x^2 + 3x - 4\right| - x + 8 \ge 0$

Bất phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 4 \ge 0 \\ x^2 + 2x + 4 \ge 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ -x^2 - 4x + 12 \ge 0 \end{cases}$$

Đáp số. Tập xác định của hàm số là R.

b) Đáp số. Tập xác định của hàm số là $(-\infty\ ;\ -\frac{1}{3}) \cup (3\ ;\ +\infty)$.

c) Đáp số. Tập xác định của hàm số là $\left[0\ ;\ \frac{7-\sqrt{29}}{2}\right) \cup \left(\frac{7+\sqrt{29}}{2}\ ;\ +\infty\right)$.

d) Đáp số. Tập xác định của hàm số là $(-\infty\ ;\ -2) \cup [23\ ;\ +\infty)$.

Luyện tập
(tiết 21, 22)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Thông qua bài tập ôn tập để củng cố kiến thức về cách giải một số dạng bất phương trình và hệ bất phương trình quy về bậc hai : Bất phương trình và hệ bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối, bất phương trình chứa căn bậc hai,...

2. Kĩ năng

HS có kĩ năng

Giải thành thạo một số dạng bất phương trình và hệ bất phương trình trên.

Phát hiện và xử lí một số dạng toán cơ bản.

3. Thái độ.

Tự tin và chính xác trong quá trình giải toán.

Tư duy sáng sủa và sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

Chuẩn bị chữa một số bài tập tại lớp, một số bài tập hướng dẫn về nhà.

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài trước.

HS : Ôn lại một số kiến thức về hàm số bậc hai.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết:

IV TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho bất phương trình

$$\sqrt{x^2-6x+5} > x-1$$

a) Giải bất phương trình trên với $x \geq 1$.

b) Giải bất phương trình trên với $x < 1$.

c) Giải bất phương trình trên.

Câu hỏi 2

Nêu cách giải bất phương : $\sqrt{f(x)} > g(x)$ và $\sqrt{f(x)} < g(x)$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 69.

Chữa hai câu a) và b).

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Phương trình đã cho tương đương với phương trình nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình: $\frac{x^2-2}{x+1}=2$. **Câu hỏi 3** Hãy giải phương trình: $\frac{x^2-2}{x+1}=-2$.	$\frac{x^2-2}{x+1}=\pm 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với điều kiện $x \neq -1$, phương trình tương đương với $x^2-2x-4=0$ hay $x=1\pm\sqrt{5}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Với điều kiện $x \neq -1$, phương trình tương đương với $x^2+2x=0$ hay $x=0$ hoặc $x=-2$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x \neq 2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases}\frac{3x+4}{x-2}\geq -3\\ \frac{3x+4}{x-2}\leq 3\end{cases}$ Từ đó ta có $x \leq \frac{1}{3}$

c) ***Hướng dẫn.***

Bất phương trình đã cho tương đương với

$\frac{2x-3}{x-3}\leq -1$ hoặc $\frac{2x-3}{x-3}\geq 1$

Đáp số. Tập nghiệm của bất phương trình là : $S=(-\infty;0]\cup[2;3)\cup(3;+\infty)$.

d) ***Hướng dẫn.***

Phương trình đã cho tương đương với

$(-x+7)(5x-1)=0$

Đáp số. x= 7 $x=\frac{1}{5}$

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 70.

Chữa câu b).

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Với $x \geq -\frac{1}{2}$ hãy giải bất phương trình đã cho. **Câu hỏi 2** Với $x < -\frac{1}{2}$ hãy giải bất phương trình đã cho. **Câu hỏi 3** Tìm nghiệm của bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình tương dương với $4x^2+2x-6\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -\frac{3}{2}$ hoặc $x\geq 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình tương dương với $4x^2+6x-4\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -2$ hoặc $x\geq \frac{1}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)$.

a) ***Hướng dẫn.***

Phá dấu giá trị tuyệt đối và giải bất phương trình trong từng trường hợp.

Đáp số. Tập nghiệm của bất phương trình là : $S=[-\frac{1}{11};+\infty)$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 71.

Chữa câu a).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của phương trình. **Câu hỏi 2** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện: $x \le \frac{3-\sqrt{29}}{5}$ hoặc $x \ge \frac{3+\sqrt{29}}{5}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình đã cho tương đương với : $\begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$ hay $x = 2$.

b) ***Hướng dẫn.***

ĐKXĐ của phương trình : R.

Đặt $\sqrt{x^2 + 3x + 12} = t \ge 0$ từ đó tìm t và suy ra nghiệm của phương trình.

Đáp số. x = 1 hoặc x = 4.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 72.

Chữa câu a).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện: $x \le -4$ hoặc $x \ge -2$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với :

	$\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ 3x^2 + 6x + 1 \geq 0 \end{cases}$ hay $x \in \left[\dfrac{\sqrt{6}-3}{3}; +\infty\right)$.

b) ***Hướng dẫn.***

ĐKXĐ của bất phương trình $x < -2$ hoặc $x > 5$.

Bất phương trình tương đương với :

$$\begin{cases} x > 2 \\ 3x^2 - 13x + 26 > 0 \end{cases}$$

Đáp số. $x > 5$.

c) ***Hướng dẫn.***

Xem hướng dẫn trong SGK.

Đáp số. $x = 1$ hoặc $x = 4$.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 73.

Chữa câu a).

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện: $x \leq -3$ hoặc $x \geq 4$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với :

	$x < 1$ hoặc $\begin{cases} x \geq 1 \\ x - 1 \,1 \geq 0 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty ; -3] \cup [13 ; +\infty)$.

b) ***Hướng dẫn.***

ĐKXĐ của bất phương trình $x < -2$ hoặc $x > 6$.

Bất phương trình tương đương với :

$$x < -\frac{3}{2} \text{ hoặc } \begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ 3x^2 + 16x + 21 < 0 \end{cases}$$

Đáp số. $x < -2$.

c) ***Hướng dẫn.***

Điều kiện xác định của bất phương trình là: $x \geq -5$ và $x \neq 1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} 1 - x > 0 \\ \sqrt{x-5} < 1 - x \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ \sqrt{x-5} > 1 - x \end{cases}$

Đáp số. $S = [-5 ; -1] \cup (1 ; +\infty)$.

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 74.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu dạng của phương trình. **Câu hỏi 2** Đặt $t = x^2$, t thoả mãn điều kiện gì? **Câu hỏi 3** Với $f(t) = t^2 + (1-2m)t + m^2 - 1 = 0$,	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đây là phương trình trùng phương. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $t \geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Phương trình đã cho vô nghiệm khi $f(t)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm

phương trình đã cho vô nghiệm khi nào?	âm. Nghĩa là $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{4}$
Câu hỏi 4 Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $f(t)$ chỉ có một nghiệm dương. Nghĩa là $m \in (-1 ; 1) \cup \{\frac{5}{4}\}$.
Câu hỏi 5 Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi $f(t)$ có 2 nghiệm dương. Nghĩa là $1 < m < \frac{5}{4}$

HOẠT ĐỘNG 7

Bài 75.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu dạng của phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đây là phương trình trùng phương.
Câu hỏi 2 Đặt $t = x^2$ t thoả mãn điều kiện gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $t \geq 0$.
Câu hỏi 3 Với $f(t) = (a-1)t^2 + at + a^2 - 1 = 0$. phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Phương trình đã cho vô nghiệm khi $f(t)$ có một nghiệm t = 0, nghiệm thứ hai dương. Nghĩa là $a = -1$.

Ôn tập chương IV

(tiết 23, 24)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.

Vận dụng các kiến thức một cách tổng hợp.

Liên hệ giữa các bài học trong chương.

3. Thái độ

Có hứng thú trong việc học toán, từ các kiến thức đã học có thể liên hệ trong cuộc sống.

Hiểu rộng hơn về toán học, mối liên hệ giữa toán học và đời sống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

GV: Chuẩn bị sẵn một bài kiểm tra trắc nghiệm 10'

Chuẩn bị bài kiểm tra 1 tiết.

2. Chuẩn bị của HS :

Đọc bài kĩ ở nhà, xem lại tất cả các ví dụ và HĐ.

HS : Ôn lại bài cũ và kiểm tra 10''

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này dạy trong 2 tiết:

Tiết 22: Chữa các bài tập: 5, 6, 10, 11, 13 và kiểm tra 10'

Tiết 23: Kiểm tra 1 tiết.

Các bài tập khác hướng dẫn về nhà HS tự làm.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy nêu định lí về dấu của nhị thức bậc nhất. Lấy một ví dụ minh hoạ.

Câu hỏi 2

Hãy nêu định lí về dấu của tam thức bậc hai. Lấy một ví dụ minh hoạ.

Câu hỏi 3

Nêu bất đẳng thức Cô-si.

B. BÀI MỚI

I. ÔN TẬP CHƯƠNG THEO TOÀN BỘ NỘI DUNG SAU

Các kiến thức trong chương

Các tính chất của bất đẳng thức. Bất đẳng thức Cô-si và bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Bất phương trình tương đương và các phép biến đổi tương đương các bất phương trình.

Điều kiện xác định của bất phương trình.

Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Định lí về dấu của nhị thức bậc nhất. Vận dụng trong việc xét dấu các tích, thương hai nhị thức bậc nhất. Giải các bất phương trình tích và thương.

Định lí về dấu tâm thức bậc hai. Vận dụng trong việc xét dấu các tam thức bậc hai. Giải các bất phương trình tích và thương.

Bất phương trìnhvà hệ bất phương trình bậc hai.

Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai.

Các kĩ năng cần đạt trong chương

Biết chứng minh một số bất đẳng thức đơn giản.

Biết cách sử dụng bất đẳng thức Cô–si để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trong những trường hợp đơn giản hoặc chứng minh một số bất đẳng thức.

Biết tìm điều kiện của một bất phương trình, nhận biết hoặc kiểm tra một số có phải là nghiệm của một bất phương trình đã cho hay không, biết sử dụng các phép biến đổi tương đương bất phương trình đã học.

Biết cách lập bảng xét dấu để giải một bất phương trình tích hoặc bất phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

Biết giải một số bất phương trình có giá trị tuyệt đối đơn giản.

Biết cách xác định miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Biết vận dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai để xét dấu một biểu thức và để giải các bất phương trình bậc 2.

II. MỘT SỐ CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG

Câu 1. Nêu các tính chất của bất đẳng thức.

Câu 2. Nêu các bất đẳng thức về giá trị tuyệt đối.

Câu 3. Nêu bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm, ba số không âm và 4 số không âm.

Câu 4. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$. hãy điền dấu vào bảng sau:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$a.f(x)$		.....	0	.....	

Câu 5. Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ hãy điền dấu vào bảng sau:

a) Cho $\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$a.f(x)$		.....	0	...	0	.....	

b) Cho $\Delta = 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
$a.f(x)$		.....	0	...	

c) Cho $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$a.f(x)$	.....	

Câu 6. Bất phương trình tương đương là gì? Hai bất phương trìng cùng vô nghiệm có tương đương hay không?

Câu 7. Nêu cách giải bất phương trình bậc nhất và bất phương trình bậc hai.

Câu 8. Hãy nêu các bước giải bất phương trình chứa ẩn ở mẫu dạng:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$$

Câu 9. Nêu cách giải bất phương trình dạng $|f(x)| > g(x)$

Câu 10. Nêu cách giải bất phương trình dạng $|f(x)| < g(x)$

Câu 11. Nêu cách giải bất phương trình dạng $\sqrt{f(x)} > g(x)$.

Câu 12. Nêu cách giải bất phương trình dạng $\sqrt{f(x)} < g(x)$

II. MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CHƯƠNG

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau

1. $f(x) = x^2 + (m + 2)x + m$

(a) $f(x) = 0$ có nghiệm $\forall m$;

(b) $f(x) = 0$ vô nghiệm $\forall m$;

(c) $f(x) = 0$ có nghiệm kép $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (a).

2. $f(x) = x^2 - 2(m + 1)x + m - 5$

(a) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) có nghiệm kép $\forall m$;

(c) f(x) có nghiệm $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (c).

3. $f(x) = x^2 + \sqrt{3}\,x - m^2 - 1$

(a) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) có nghiệm $\forall m$;

(c) f(x) có nghiệm kép $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (b).

4. $f(x) = (2m^2 + 2)x^2 - 2mx + 1$

(a) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) có nghiệm $\forall m$;

(c) f(x) có nghiệm kép $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (a).

5. $f(x) = \frac{x^2}{2} + (m + 1)x + m^2 + 2$

(a) f(x) có nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) có nghiệm kép $\forall m$;

(c) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (c).

6. $f(x) = x^2 - 2(m - 2)x + 3m^2 - 5m + 12$

(a) f(x) có nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(c) f(x) có nghiệm kép $\forall m$;

(d) cả ba câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (b).

7. $f(x) = x^2 - (\sqrt{3}\,m + 1)x + m^2 - \sqrt{3}\,m + 7$

(a) f(x) có 3 nghiệm $\forall m$;

(b) f(x) có 2 nghiệm $\forall m$;

(c) f(x) vô nghiệm $\forall m$;

(d) có đúng 1 nghiệm $\forall m$.

Trả lời. Chọn (b).

8. $f(x) = x^2 + 4x + m - 1$ luôn luôn dương khi

(a) $m < 5$; (b) $m > 5$;

(c) $m = 5$; (d) $m = 1$.

Trả lời. Chọn (a).

9. $f(x) = -\sqrt{2}\,x^2 + 2x + m - 2$ luôn luôn âm khi

(a) $m < 2$; (b) $m < \frac{1}{\sqrt{2}}$;

(c) $m < 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$; (d) $m > 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

Trả lời. Chọn (c).

10. $f(x) = (3m + 2)x^2 - (3m + 4)x + m + 1$ luôn luôn dương khi

(a) $m < \frac{-2+2\sqrt{7}}{3}$ hoặc $m > \frac{2+2\sqrt{7}}{3}$; (b) $m < \frac{-2+2\sqrt{7}}{3}$;

(c) $m \in \varnothing$; (d) $m \in \left(\frac{-2+2\sqrt{7}}{3}; \frac{2+2\sqrt{7}}{3}\right)$

Trả lời. Chọn (d).

11. Nghiệm của bất phương trình

$x(x + 4) \le (x^2 + 2)$ là

(a) $x < 0$ hoặc $x > 4$; (b) $x \le \frac{1}{2}$;

(c) $x < 4$; (d) $x > \frac{1}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

12. Nghiệm của bất phương trình

$2(x + 1)^2 - 43 \ge 3x$ là

(a) $x > -2$; (b) $x \le 4$;

(c) $x \in \varnothing$; (d) $x \in \mathbb{R}$.

Trả lời. Chọn (c).

13. Nghiệm của bất phương trình

$$\frac{2x+5}{x^2-5x+4} < \frac{3}{x-1}$$ là

(a) $S = (-\infty; 1)$; (b) $S = (9; +\infty)$;

(c) $S = (1; 4) \cup (9; +\infty)$; (d) $S = (4; 9)$.

Trả lời. Chọn (c).

14. Nghiệm của bất phương trình

$$\frac{x^2-6x+7}{x^2+6x+7} < \frac{x-1}{x+1}$$ là

(a) $x < -1$; (b) $x > \frac{12}{10}$;

(c) $x > 0$; (d) $x \in (-\infty; 1) \cup \left(0; \frac{6}{5}\right)$.

Trả lời. Chọn (d).

15. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x^2+x+1} - 1}$ là

(a) $(-\infty; 0)$; (b) $(-\infty; -2)$;

(c) $(-2; 0)$; (d) $\mathbb{R}$.

Trả lời. Chọn (c).

16. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x + 4 \le 0 \\ x + m \ge 0 \end{cases}$ vô nghiệm khi.

(a) $m < 1$; (b) $m > 4$;

(c) $m > 1$; (d) $m < 4$.

Trả lời. Chọn (b).

III. CHỮA BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG IV

Bài 76.

Hướng dẫn. GV hướng dẫn HS theo các câu hỏi sau đây:

a) H1. Nhận xét về dấu của hai vế.

H2. Bình phương hai vế và rút gọn.

H3. Hãy chuyển bất đẳng thức về dạng bất đẳng thức đúng.

b) H1. Tổng có bao nhiêu số hạng?

H2. Hãy so sánh mỗi số hạng của tổng với $\frac{1}{2n}$

H3. Hãy chứng minh bất đẳng thức trên.

c) H1 Hãy phân tích vế trái thảnh tổng của hai số.

H2. Hãy so sánh $\frac{a}{1+a+b}$ với $\frac{a}{1+a}$

H3. Hãy so sánh $\frac{b}{1+a+b}$ với $\frac{b}{1+b}$

Bài 77. Để giải bài toán này HS cần ôn tập lại bất đẳng thức cô –si và các tính chất của bất đẳng thức.

Hướng dẫn. GV hướng dẫn HS theo các câu hỏi sau đây:

a) H1. Hãy nhân hai vế của bất đẳng thức với 2.

H2. Sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm ở vế trái.

b) H1. Hãy nhân hai vế của bất đẳng thức với 2.

H2. Sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm ở vế trái.

Bài 78. Để giải bài toán này HS cần ôn tập lại bất đẳng thức Cô-si, bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối và các tính chất của bất đẳng thức.

Hướng dẫn.

a) H1. Nhận xét về dấu của x và $\frac{1}{x}$

H2. So sánh $\left|x+\frac{1}{x}\right|$ và $|x|+\frac{1}{|x|}$

H3. Hãy sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số $|x|$ và $\frac{1}{|x|}$

b) H1. Hãy phân tích $g(x)$ thành $\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

H2. Hãy áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số trên.

Bài 79.

`Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy giải bất phương trình: $\frac{7}{6}x-\frac{1}{2}>\frac{3}{2}x-\frac{13}{3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình đã cho tương đương với: $7x-3>9x-26$ hay $2x-23<0$ Vậy $x<\frac{23}{2}$
Câu hỏi 2 Giải bất phương trình $m^2x+1\geq m^4-x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với $(m^2+1)x\geq m^4-1$ hay $x\geq\frac{m^4-1}{m^2+1}=m^2-1$
Câu hỏi 3 Để hệ có nghiệm cần điều kiện gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $m^2-1<\frac{23}{2}$ *Đáp số.* $\|m\|<\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Bài 80.

`Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy đưa bất phương trình về dạng $ax+b>0$ **Câu hỏi 2** Tìm nghiệm của bất phương trình. **Câu hỏi 3** Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;2]$ khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình đã cho tương đương với: $(m^2+m+1)x+3m+1>0$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho có nghiệm là $x \geq \dfrac{-3m-1}{m^2+m+1}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Khi $\dfrac{-3m-1}{m^2+m+1} \geq -1$ hay $0 < m < 2$.

Bài 81.

GV chữa câu a)

`Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy Tính Δ. **Câu hỏi 2** Hãy biện luận bất phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta = -7(m-1)(m+7)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Nếu $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -7$ hoặc $m \geq 1$, bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Nếu $-7 < m < 1 \Leftrightarrow \Delta > 0$ bất phương trình có tập nghiệm là một khoảng. GV tự viết khoảng nghiệm.

a) *Hướng dẫn.*

Bất phương trình có dạng: $(a^2 - 3a + 2) > 2$

Từ đó đưa ra cách biện luận bất phương trình.

Bài 82.

GV chữa câu b)

`Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy đưa bất phương trình về dạng : $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$. **Câu hỏi 2** Hãy lập bảng xét dấu và viết tập nghiệm của bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Bất phương trình có dạng: $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Tập nghiệm của bất phương trình: $(-\infty ; 1) \cup (2 ; 3] \cup [4 ; +\infty)$.

a) *Hướng dẫn.*

Lập bảng xét dấu và đưa ra tập nghiệm.

$S = (2 ; 4) \cup (5 ; +\infty)$.

Bài 83.

GV chữa câu a)

`Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy viết bất phương trình khi $m = 4$. **Câu hỏi 2** Hãy nêu điều kiện để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in R$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi $m = 4$, bất phương trình có dạng: $2m - 1 < 0$. Bất phương trình không có nghiệm với mọi $x \in R$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Điều kiện là $\begin{cases} \Delta < 0 \\ m - 4 < 0 \end{cases}$

	khi đó $m \le \dfrac{12-2\sqrt{3}}{3}$.

b) *Hướng dẫn.*

Lập luận tương tự câu a).

$m \le -1$ hoặc $m > 2$.

Bài 84.

Hướng dẫn. HS xem lại các bài tập của bài 8.

GV hướng dẫn HS thực hiện theo các câu hỏi sau:

a) H1. Có thể giải phương trình theo những cách nào?

H2. Nếu bình phương hai vế cần điều kiện gì?

Đáp số. $x = \pm 1$ và $x = 5$.

b) a) H1. Có thể giải phương trình theo những cách nào?

H2. Nếu bình phương hai vế cần điều kiện gì?

Đáp số. $x = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

Bài 85.

GV chữa câu a)

`Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy nêu điều kiện của bất phương trình. **Câu hỏi 2** Hãy giải bất phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của bất phương trình là: $x \le -2$ hoặ $x \ge 6$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Bất phương trình đã cho tương đương với. $\begin{cases} x \ge 4 \\ x - 7 \le 0 \end{cases}$ Tập nghiệm của bất phương trình là : $[6 ; 7]$.

Trả lời các câu còn lại.

b) $S = (-\infty ; 0] \cup [2 ; +\infty)$.

c) $S = (-\infty ; \dfrac{2\sqrt{13}-8}{3}]$.

d) $S = [-4 ; -3] \cup [0; 1]$.

Bài 86.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1. Hãy giải bất phương trình $x^2 - 5x + 6 < 0$ **Câu hỏi 2.** Hệ đã cho tương đương với hệ nào? **Câu hỏi 3.** Khi a = 0, hệ (1) có nghiệm hay không? **Câu hỏi 4.** Nếu a > 0, hệ (1) có nghiệm khi nào? **Câu hỏi 5.** Nếu a < 0, hệ (1) có nghiệm khi nào?	**Gợi ý câu hỏi 1.** Bất phương trình đã cho có nghiệm là : $2 < x < 3$. **Gợi ý câu hỏi 2.** $\begin{cases} 2 < x < 3 \\ ax < -4 \end{cases}$ (1) **Gợi ý câu hỏi 3.** Nếu a = 0 thì (I) vô nghiệm. **Gợi ý câu hỏi 4.** Nếu a > 0 thì (1) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 2 < x < 3 \\ x < -\dfrac{4}{a} \end{cases}$ Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $2 < -\dfrac{4}{a}$ $\Leftrightarrow a < -2$ (không có a > 0 thoả mãn điều kiện này). **Gợi ý câu hỏi 5.** Nếu a < 0 thì (1) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 2 < x < 3 \\ x > -\dfrac{4}{a} \end{cases}$

Câu hỏi 6. Hãy kết luận.	Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $-\frac{4}{a} < 3$ $\Leftrightarrow a < -\frac{4}{3}$ **Gợi ý câu hỏi 5.** Hệ bất phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $a < -\frac{4}{3}$.

Bài 87.

Hướng dẫn.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Áp dụng định lí về dấu tam thức bậc hai.

H2. Lựa chọn kết quả.

Trả lời. Chọn (C).

b) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tính Δ.

H2. Lập bảng xét dấu và giải bất phương trình.

Trả lời. Chọn (B).

c) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tìm điều kiện để hàm số có nghĩa.

H2. Giải bất phương trình : Trong căn thức không âm.

Trả lời. Chọn (D).

Bài 88.

Hướng dẫn.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Áp dụng định lí về dấu tam thức bậc hai.

H2. Lựa chọn kết quả.

Trả lời. Chọn (A).

b) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tính Δ.

H2. Lập bảng xét dấu và giải bất phương trình.

Trả lời. Chọn (B).

c) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tìm điều kiện để hàm số có nghĩa.

H2. Giải bất phương trình : Trong căn thức không âm.

Trả lời. Chọn (C).

Bài 89.

Hướng dẫn.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tìm điều kiện để hàm số có nghĩa.

H2. Sử dụng bài tập ở bài 8.

Trả lời. Chọn (C).

b) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tìm điều kiện để hàm số có nghĩa.

H2. Sử dụng bài tập ở bài 8.

Trả lời. Chọn (B).

c) *Hướng dẫn*.

Để làm bài toán này ta thực hiện các thao tác sau

H1. Tìm điều kiện để hàm số có nghĩa.

H2. Sử dụng bài tập ở bài 8.

Trả lời. Chọn (D).

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

Đề số 1 (45')

Phần 1. (Trắc nghiệm khách quan làm trong 15' thu bài) 4 điểm.

Câu 1. $f(x) = (x + 2)(x^2 - 3x + 2)$

Hãy điền các dấu (+), (–) vào các ô trống sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	(d)	

Câu 2. Bất phương trình $\dfrac{x+1}{x^2+x+1} < \dfrac{1}{x^3-1}$ là

(a) $S = (-\infty \cup 2)$ (b) $S = (-2\,;\,1)$

(c) $S = (-\infty\,;1) \cup (2;+\infty)$

(d) $S = (\sqrt{2}\,;+\infty)$

Phần 2 (tự luận) 6 điểm.

Câu 1. Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$(2x+3y)^2 \le 13(x^2+y^2)$$

Dấu bằng xảy ra khi nào.

Câu 2. Xác định m để hệ bất phương trình sau có nghiệm là một đoạn.

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 1 \le 0 \\ 3x - m \ge 0 \end{cases}$$

Câu 3. Giải các bất phương trình sau:

a) $(x-1)(x^3-3x+2)\le 0$

b) $\dfrac{1}{x-1}\ge\dfrac{x+2}{x^3-1}$

Đáp án:

Phần 1.

Câu	**1**				**2**
Đáp án	a	b	c	d	c
	–	+	–	+	

Phần 2.

Câu 1. (**2 đ**) Bất phương trình tương đương với $9x^2+12xy+4y^2\ge 0$.

Câu 2. (2 đ).

Bất phương trình $x^2-3x+1\le 0$ có tập nghiệm là $\left[\dfrac{3-\sqrt{5}}{2};\ \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$.

Bất phương trình $3x-m\ge 0$ có nghiệm là $x\ge\dfrac{m}{3}$

Để bất phương trình có nghiệm là một đoạn thì

$$\frac{m}{3}<\frac{3+\sqrt{5}}{2}\ hay\ m<\frac{9-3\sqrt{5}}{2}$$

Câu 3. (2đ)

a) $x\in(-\infty\ ;-2)\cup\{1\}$

b) $x\in(-1\ ;+\infty)\setminus\{1\}$.

Đề số 1 (45')

Phần 1. (Trắc nghiệm khách quan làm trong 15' thu bài) 4 điểm.

Câu 1. $f(x) = (x + 7)(x^2 - 5x + 4)$

Hãy điền các dấu (+), (–) vào các ô trống sau

x	$-\infty$	-7	1	4	$+\infty$
f(x)	(a)	(b)	(c)	(d)	

Câu 2. Bất phương trình $\frac{x+1}{x^2-x+1} < \frac{1}{x^3+1}$ là

(a) $S = (-\infty \cup -2)$ (b) $S = (-2; -1)$

(c) $S = (-\infty; -2) \cup (-1; 0)$

(d) $S = (0; +\infty)$

Phần 2 (tự luận) 6 điểm.

Câu 1. Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$(-x + 2y)^2 \le 5(x^2 + y^2).$$

Dấu bằng xảy ra khi nào.

Câu 2. Xác định m để hệ bất phương trình sau có nghiệm là một đoạn.

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \le 0 \\ 2x - 3m > 0 \end{cases}$$

Câu 3. Giải các bất phương trình sau:

a) $(x+1)(x^3 - 5x + 2) \le 0$

b) $\frac{1}{x-2} \ge \frac{x+4}{x^3-8}$

Đáp án:

Phần 1.

Câu	**1**				**2**
Đáp án	a	b	c	d	c
	–	+	–	+	

Phần 2.

Câu 1. **(2 đ)** Bất phương trình tương đương với $4x^2 + 4xy + y^2 \geq 0$

Câu 2. (2 đ).

Bất phương trình $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ có tập nghiệm là $[1;\ 3]$.

Bất phương trình $2x - 3m \geq 0$ có nghiệm là $x \geq \frac{3m}{2}$

Để bất phương trình có nghiệm là một đoạn thì

$$\frac{3m}{2} < 1 \ \ hay \ \ m \leq \frac{2}{3}$$

Câu 3. (2đ)

a) $x\left[-1\ ; \frac{5-17}{2}\right] \cup \left[\frac{5+\sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$ *b)* $x \in (-\infty\ ; -1) \cup (0\ ; 2)$.

Chương V

THỐNG KÊ

PHẦN 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương gồm những vấn đề sau :

Khái niệm mở đầu: Mẫu số liệu, kích thước mẫu.

Mẫu số liệu: Bảng phân bố tần số, tần suất.

Biểu đồ :

Biểu đồ tần số : Hình cột, đường gấp khúc.

Biểu đồ tần suất: Hình cột, hình quạt, đường gấp khúc.

Số trung bình cộng, số trung vị và mốt.

- Phương sai và độ lệch chuẩn.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên.

Nắm được các khái niệm : Số liệu thống kê, tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp.

Các biểu đồ tần số và tần suất, mô tả, đọc và vẽ được biểu đồ.

Nắm được số trung bình cộng, số trung vị và mốt của dãy hoặc bảng số liệu.

Nắm và tính được phương sai và độ lệch chuẩn, từ đó có thể đánh giá, dự đoán được các tiêu chí cần thiết.

2. Kĩ năng

Kĩ năng tính toán các số liệu thống kê.

Kĩ năng nhận biết đánh giá các số liệu thống kê, từ đó có những dự báo chính xác.

Kĩ năng đọc và vẽ được các biểu đồ thống kê.

Kĩ năng tính phương sai và độ lệch chuẩn.

3. Thái độ

Học sinh rèn luyện tính cẩn thận, kiên trì và khoa học khi tính toán các số liệu thống kê

Học sinh thấy được ý nghĩa và tầm quan trọng của thống kê và khoa học của nó trong đời sống.

PHẦN 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Một vài khái niệm mở đầu

(1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS nắm được :

Khái niệm thống kê là gì?

Mẫu số liệu và kích thước mẫu.

2. Kĩ năng

Rèn luyện kĩ năng nhận biết khái niệm thống kê.

Kĩ năng tìm kích thước mẫu..

3. Thái độ

Thông qua khái niệm thống kê, mẫu số liệu và kích thước mẫu HS liên hệ với thực tế và từ thực tế có thể thiết lập một bài toán thống kê.

Hiểu rõ hơn vai trò của thống kê trong đời sống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

GV : Chuẩn bị một số bảng trong SGK.

Chuẩn bị một số câu hỏi nhằm dẫn dắt HS trong thao tác dạy học.

2. Chuẩn bị của HS :

HS : Cần ôn lại một số kiến thức về hàm số đã học ở lớp 7

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết

Bài tập phần này chủ yếu là hướng dẫn về nhà.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

1) Em hãy thống kê diểm các môn học của em trong 10 tuần đầu tiên.

Câu hỏi 2

Em hãy sắp xếp các điểm số theo thứ tự tăng dần.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Thống kê là gì?

• GV nêu một số ví dụ về thống kê: Thống kê dân số của một địa phương, thống kê kết quả học tập của học sinh, thống kê tăng trưởng kinh tế của một đơn vị sản xuất,...

H1. Em hãy nêu một ví dụ thống kê mà em biết.

H2. Hãy nêu đối tượng điều tra trong thống kê em vừa nêu.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Mẫu số liệu

• GV treo bảng trong sách, sau đó nêu các câu hỏi sau:

H1. Dấu hiệu điều tra ở đây là gì?

H2. Đơn vị điều tra ở đây là gì?

Sau đó GV nêu khái niệm kích thước mẫu,...

*Một tập con hữu hạn các đơn vị điều tra được gọi là một **mẫu**. Số phần tử của một mẫu được gọi là **kích thước mẫu.** Dãy các giá trị của dấu hiệu thu được trên mẫu được gọi là một **mẫu số liệu**.*

H3. Nêu kích thước mẫu trong ví dụ trên.

• Nếu thực hiện điều tra trên mọi đơn vị điều tra thì đó là *điều tra toàn bộ*. Nếu chỉ điều tra trên một mẫu thì đó là *điều tra mẫu*.

• Thực hiện **H1**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Một nhà máy thường sản xuất với số lượng hộp sữa nhiều hay ít?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Thương là nhiều và không đếm thủ công được.
Câu hỏi 2 Có thể điều tra được toàn bộ hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Không thể diều tra toàn bộ được.

GV nêu khả năng điều tra:

Chỉ điều tra mẫu.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Thống kê** là khoa học về các phương pháp thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lí số liệu.

2. *Một tập con hữu hạn các đơn vị điều tra được gọi là một* ***mẫu****. Số phần tử của một mẫu được gọi là* ***kích thước mẫu.*** Dãy các giá trị của dấu hiệu thu được trên mẫu được gọi là một ***mẫu số liệu***.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khi điều tra dân số, một cán bộ điều tra đưa ra kết luận sau:

(a) Kết quả điều tra luôn luôn đúng tại mọi thời điểm.

(b) Kết quả điều tra luôn luôn đúng tại mọi thời điểm trước khi điều tra.

(c) Kết quả điều tra luôn luôn đúng tại thời điểm kết thúc điều tra.

(d) Kết quả điều tra chỉ để tham khảo để phán đoán một số liệu cần thiết nào đó.

Hãy chọn khẳng định đúng.

Trả lời. Chọn (d).

Câu 2. Khi điều tra chiều cao của một khối học tại một trường phổ thông, người ta chọn ra 30 em HS bất kì của khối đó:

a) Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(a) Mẫu số liệu là tất cả HS của khối.

(b) Mẫu số liệu là tất cả HS toàn trường.

(c) Mẫu số liệu là 1 HS của khối.

(d) Mẫu số liệu là 30 HS của khối.

Trả lời. Chọn (d).

b) Hãy chọn hẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(a) Kích thước mẫu là 30.

(b) Kích thước mẫu không xác định.

(c) Kích thước mẫu là 1.

(d) Kích thước mẫu là một số khác 30 và 1.

Trả lời. Chọn (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1. *Để làm bài tập này, HS cần ôn tập lại:*

– *Dấu hiệu điều tra.*

– *Mẫu số liệu.*

– *Kích thước mẫu.*

Hướng dẫn.

a) Dấu hiệu là số con trong một gia đình. Kích thước mẫu là 80.

b) Có 8 giá trị khác nhau trong mẫu số liệu trên là 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7

Bài 2. *Để làm bài tập này, HS cần ôn tập lại:*

– *Dấu hiệu điều tra.*

– *Mẫu số liệu.*

– *Kích thước mẫu.*

Hướng dẫn.

Đơn vị điều tra là gia đình. Dấu hiệu là số điện năng tiêu thụ trong một tháng của một gia đình. Kích thước mẫu là 30. Có 18 giá trị khác nhau trong mẫu số liệu trên là

40 ; 42 ; 45 ; 50 ; 53 ; 57 ; 59 ; 65 ; 70 ; 75 ; 84 ; 85 ; 90 ; 100 ; 133 ; 141 ; 150 ; 165.

§2. Trình bày một mẫu số liệu
(tiết 2, 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS nắm được :

Khái niệm tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất.

Cách tìm tần số và tần suất của một bảng số liệu thống kê.

2. Kĩ năng

Rèn luyện kĩ năng tính toán thông qua việc tìm tần số, tần suất.

Kĩ năng đọc và thiết lập bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp.

Kĩ năng dự báo các tiêu chí, thông qua số liệu thống kê.

3. Thái độ

Thông qua khái niệm tần số, tần suất, HS liên hệ với nhiều bài toán thực tế. và từ thực tế có thể thiết lập một bài toán thống kê.

Hiểu rõ hơn vai trò của toán học trong đời sống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

GV : Chuẩn bị một số bảng trong SGK như : bảng 1đến bảng 6.

Chuẩn bị một số hình trong SGK như : hình 5.1, 5.2, 5.3, 5.4.

Chuẩn bị một số câu hỏi nhằm dẫn dắt HS trong thao tác dạy học.

Chuẩn bị phấn màu, một số dụng cụ dạy học khác như thước, compa, máy tính bỏ túi

2. Chuẩn bị của HS :

HS : Cần ôn lại một số kiến thức về hàm số đã học ở lớp 7

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết

Tiết 1: Từ dầu đến hết phần 2.

Tiết 2: Phần còn lại và hướng dẫn bài tập về nhà.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

1) Em hãy thống kê diểm các môn học của em trong 10 tuần đầu tiên.

2) Xác định xem điểm số nào xuất hiện nhiều nhất. Tính tỉ lệ phần trăm mỗi điểm số xuất hiện.

Câu hỏi 2

Em hãy tự làm một diều tra nhỏ và cho biết: Mẫu số liệu và kích thước mẫu..

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Bảng phân bố tần số – tần suất

• GV nêu ví dụ 1.

Sau đó đặt ra các câu hỏi sau:

H1. Trong các số liệu trên có bao nhiêu giá trị.

H2 Hãy nêu số lần xuất hiện của từng giá trị.

• GV nêu khái niệm tần số.

Số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là ***tần số*** *của giá trị đó.*

• GV treo bảng 1 và giới thiệu về bảng phân bố tần số.

Sau đó nêu nhận xét:

– Thường trong bảng phân bố tần số gồm 2 hàng : Giá trị và tần số.

– Số cột thường là số giá trị (tập hợp các giá trị).

Nêu các câu hỏi sau:

H1. Tổng số các tần số bằng bao nhiêu?

H2. Hãy so sánh tổng trên với kích thước mẫu.

• GV nêu khái niệm tần suất:

Tần suất f_i của giá trị x_i là tỉ số giữa tần số n_i và kích thước mẫu N

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Sau đó nêu bảng phân bố tần số – tần suất như trong bảng 2.

• Nêu chú ý:

a) Trên hàng tần số người ta thường dành một ô để ghi kích thước mẫu N Kích thước mẫu N bằng tổng các tần số.

b) Có thể viết bảng tần số – tần suất dạng "ngang" (như bảng 2) thành bảng "dọc" (chuyển hàng thành cột như bảng 3).

• Thực hiện **H1** .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu kích thước mẫu. **Câu hỏi 2** Nêu tần suất điểm 6. **Câu hỏi 3** Hãy tính các tần suất còn lại và điền vào chỗ trống.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Kích thước mẫu : 400. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Tần suất điểm 6 là $f_6 = \frac{55}{400} = 13,75\%$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV cho HS tính và chia HS thành 4 tổ mỗi tổ cử đại diện lên bảng điền, GV nhận xét và cho điểm.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp

• GV nêu ví dụ 2.

GV nêu ra câu hỏi :

H1. Hãy điền vào bảng sau:

Lớp	Tần số
[160 : 162] [163 : 165] [166 : 168] [169 ; 171] [172 : 174]	... ...
	N = 36

H2. Dùng máy tính, sử dụng công thức tần suất hãy điền vào bảng sau:

Lớp	Tần suất
[160 : 162]	16,7%
[163: 165]	33,3%
[166 :168]	...
[169 : 171]	...
[172 :174]	...

Sau đó GV nêu khái niệm bảng phân bố tần số, tần suất.

Bảng 5 được gọi là bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp (gọi tắt là bảng tần số – tần suất ghép lớp).

GV đặt ra các câu hỏi sau:

H3. Nêu khái niệm tần số của mỗi lớp.

H4. Nêu khái niệm tần suất của mỗi lớp.

H5. Nêu ý nghĩa của việc lập bảng phân bố tần số, tần suất.

• Thực hiện **H2** .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy viết tần số của các lớp	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

thứ nhất, thứ hai và thứ ba. **Câu hỏi 2** Từ cột tần số, hãy điền vào chỗ trống sau: $16,7 = \frac{\cdots}{36}$ $33,3 = \frac{\cdots}{36}$ $27,8 = \frac{\cdots}{36}$ **Câu hỏi 3** Hãy điền vào chỗ trống trong bảng 6.	6, 12, 10. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $16,7 = \frac{6}{36}$. $33,3 = \frac{12}{36}$ $27,8 = \frac{10}{36}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GVcho HS tính và điền vào.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Biểu đồ

a) Biểu đồ tần số, tần suất hình cột

GV nêu ý nghĩa của biểu đồ tần số, tần suất hình cột.

Biểu đồ hình cột là một cách thể hiện rất tốt bảng phân bố tần số (hay tần suất) ghép lớp.

• GV nêu ví dụ 3, treo hình 5.1 và đặt ra các câu hỏi sau:

H1. Độ rộng của mỗi cột so với mỗi lớp như thế nào?

H2. Độ cao của mỗi cột so với tần số của mỗi lớp như thế nào?

H3. So sánh số lớp và số cột.

H4. Nêu các bước vẽ biểu đồ tần số hình cột.

• GV treo hình 5.2 và đặt các câu hỏi tương tự như trên.

• Thực hiện **H3** .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Biểu đồ tần suất bảng gồm	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 5 cột.

mấy cột? **Câu hỏi 2** Tính chiều cao của mỗi cột.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Chiều cao của các cột tương ứng là : 16,7 ; 33,3 ; 27,8 ; 13,9 ; 8,3.

• GV nêu ví dụ 4 và đặt ra các câu hỏi sau:

H1. Hãy tìm giá trị tại mỗi trung điểm.

H2. Hãy nêu các toạ độ của các điểm M_1; M_2; M_3; M_4 ; M_5.

Sau đó GV nêu khái niệm đường gấp khúc tần số và đường gấp khúc tần suất:

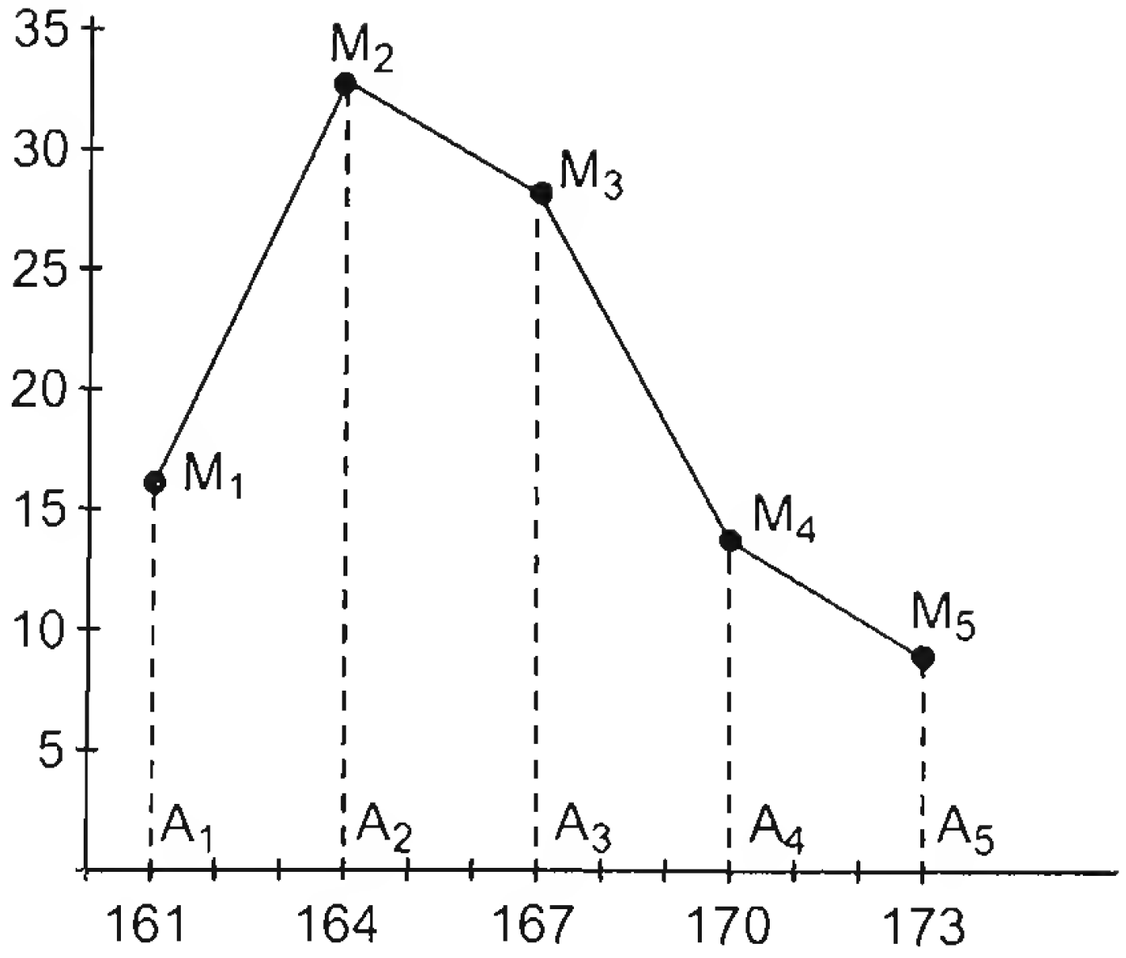
Vẽ các đoạn thẳng M_1M_2, M_2M_3, M_3M_4, M_4M_5 ta được một đường gấp khúc. Đó là đường gấp khúc tần số.

Nếu độ dài đoạn thẳng A_iM_i được lấy bằng tần suất của lớp thứ i thì khi vẽ các đoạn thẳng M_1M_2, M_2M_3, ..., M_4M_5, ta được một đường gấp khúc gọi là đường gấp khúc tần suất.

• Thực hiện **H4** .

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm giá trị tại mỗi trung điểm của bảng 6. **Câu hỏi 2** Tìm toạ độ mỗi đỉnh của đường gấp khúc tần suất.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 161 ; 164 ; 167 ; 170 ; 173. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (161 ; 16,7), (164 ; 33,3), (167 ; 27,8), (170 ; 13,9), (173 ; 8,3).

GV vẽ đường gấp khúc trên:



c) Biểu đồ hình quạt

GV nêu ý nghĩa việc vẽ biểu đồ hình quạt.

Biểu đồ hình quạt rất thích hợp cho việc thể hiện bảng phân bố tần suất ghép lớp. Hình tròn được chia thành những hình quạt. Mỗi lớp được tương ứng với một hình quạt mà diện tích của nó tỉ lệ với tần suất của lớp đó.

GV nêu ví dụ 5, treo hình 5.4 và đặt ra các câu hỏi sau:

H1. So sánh diện tích mỗi hình quạt và tần số.

H2. Hãy tìm góc ở tâm của mỗi hình quạt.

• GV nêu chú ý trong SGK.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là **tần số** của giá trị đó.

2. Tần suất f_i của giá trị x_i là tỉ số giữa tần số n_i và kích thước mẫu N

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

3. Người ta thường viết tần suất dưới dạng phần trăm. Bổ sung thêm một hàng tần suất vào bảng 1, ta nhận được *bảng phân bố tần số – tần suất*.

4. Để trình bày mẫu số liệu được gọn gàng, súc tích, nhất là khi có nhiều số liệu, ta thực hiện việc *ghép số liệu thành các lớp*. Ở đây, ta chia các số liệu trên thành năm lớp theo các đoạn có độ dài bằng nhau.

5. Tại mỗi đoạn, ta dựng lên một cột hình chữ nhật với đáy là đoạn đó, còn chiều cao bằng tần số của lớp mà đoạn đó xác định. Hình thu được đó là *biểu đồ tần số hình cột*.

Chúng ta cũng có thể dùng biểu đồ hình cột để thể hiện bảng tần suất ghép lớp gọi là *biểu đồ tần suất hình cột*.

6. Cũng có thể thể hiện bảng phân bố tần số bằng biểu đồ gọi là *đường gấp khúc tần số*

Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số), ta đánh dấu các điểm A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, ở đó A_i là trung điểm của đoạn (hoặc nửa khoảng) xác định lớp thứ i (i = 1, 2, ..., 5). Tại mỗi điểm A_i, ta dựng đoạn thẳng A_iM_i vuông góc với đường thẳng nằm ngang và có độ dài bằng tần số của lớp thứ i ; Cụ thể là $A_1M_1 = 6$, ..., $A_5M_5 = 3$. Vẽ các đoạn thẳng M_1M_2, M_2M_3, M_3M_4, M_4M_5 ta được một đường gấp khúc. Đó là *đường gấp khúc tần số*.

7. Biểu đồ hình quạt rất thích hợp cho việc thể hiện bảng phân bố tần suất ghép lớp. Hình tròn được chia thành những hình quạt. Mỗi lớp được tương ứng với một hình quạt mà diện tích của nó tỉ lệ với tần suất của lớp đó. Ta có thể tính được số đo góc ở tâm theo công thức : $a = f_i.360^o$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Người ta chọn 10 gia đình trong một thôn A tại một địa phương để điều tra số người học hết tiểu học và thu được kết quả sau :

2	3	0	4	2	5
6	3	5	5.		

a) Kích thước mẫu là

(a) 6 ; (b) 8;

(c) 10; (d) Cả ba phương án đều sai.

Trả lời. Chọn (c).

b) Tập các giá trị của mẫu có số phần tử là:

(a) 6 ; (b) 8; (c) 10; (d) Cả ba phương án đều sai.

Trả lời. Chọn (a).

2. Người ta thống kê số xe máy của nhân viên trong một cơ quan và thu được kết quả theo phân khối như sau

Phân khối (x)	50	100	150	
Tần số (n)	11	70	12	N = ...

Tổng số xe máy là N là :

(a) 21 ; (b) 70;

(c) 12; (d) 93.

Trả lời. Chọn (d).

3. Cho các số liệu như bài tập 2. Hãy điền vào các ô trống sau:

Giá trị (x)	50	100	150	
Tần số (n)	11	70	12	N = 93
Tần suất f (%)	(a)...	(b)...	(c)...	

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)
ĐA	11,8	75,3	12,9

4. Thống kê một bài kiểm tra học kì môn toán của một khối học sinh lớp 11 gồm 300 học sinh, tại một trường THPT. Người ta thu được kết quả sau :

Điểm bài thi (x)	Tần số (n)	Tần suất (f) %
0	10	(a) ....
1	15	(b) ...
2	20	(c) ...
3	20	(d) ...
4	50	(e) ...
5	60	(f) ...
6	55	(g) ...
7	20	(h) ...
8	25	(i) ...
9	10	(k) ....
10	15	(*l*) ...
	N = 300	

Hãy điền kết quả vào chỗ trống (...).

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(k)	(*l*)
ĐA	3,3	5	6,6	6,6	16,7	20	18,3	6,6	8,3	3,3	5

5. Khi thống kê mức độ dùng sách của một địa phương trong một năm tại một địa phương, người ta lấy số liệu thống kê từ 40 người và thu được kết quả sau:

0	0	0	0	0	1
1	1	1	2	2	3
3	3	4	4	4	4
4	5	5	5	5	6
6	6	7	9	9	9
11	11	11	11	13	13
14	16	16	17		

Hãy điền vào chỗ trống(...) trong bảng sau:

Lớp	Tần số
[0 ; 2]	(a)…
[3; 5]	(b)…
[6 ;8]	(c)…
[9 ; 11]	(d)…
[12 ;14]	(e)…
[15; 17]	(f)…
	N = …

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
ĐA	11	12	4	7	3	3

6. Hãy điền vào chỗ trống (…) bảng sau:

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[0 ; 2]	11	(a)…
[3; 5]	12	(b)…
[6 ;8]	4	(c)…
[9 ; 11]	7	(d)…
[12 ;14]	3	(e)…
[15; 17]	3	(f)…
	N = 40	

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
ĐA	27,5	30	10	17,51	7,5	7,5

7. Trong một số liệu thống kê về chiều cao của một loại cây lấy gỗ, trồng sau 1 năm (đơn vị :cm) như sau:

Lớp	Tần số	Tần suất(%)

[59,5 ; 62,5) [62,5 ;65,5) [65,5; 68,5) [68,5; 71,5) [71,5; 74,5)	8 14 12 3 3	(a)... (b)... (c)... (d)... (e)...
	N = 40	

Hãy điền vào chỗ trống (...).

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
ĐA	20	35	30	7,5	7,5

8. Để thống kê số lợn thịt được nuôi tại một địa phương, người ta thống kê tại 30 gia đình và thu được bảng số liệu sau:

0	0	0	0	1
1	1	1	2	2
2	3	3	3	4
4	4	4	4	5
5	5	5	5	6
6	6	6	7	8.

a) Kích thước mẫu là :

(a) 8;

(b) 7;

(c) 30;

(c) Cả ba phương án trên đều sai.

Trả lời. Chọn (c).

a) Số phần tử của tập các giá trị của mẫu là :

(a) 8;

(b) 7;

(c) 30;

(c) 9.

Hãy chọn phương án đúng.

Trả lời. Chọn (a).

9. Số liệu cho như bài tập 8. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau:

Lớp	Tần số
[0 ; 1]	(a)…
[2; 3]	(b)…
[4 ;6]	(c)…
[7 ; 8]	(d)…
	N = 30

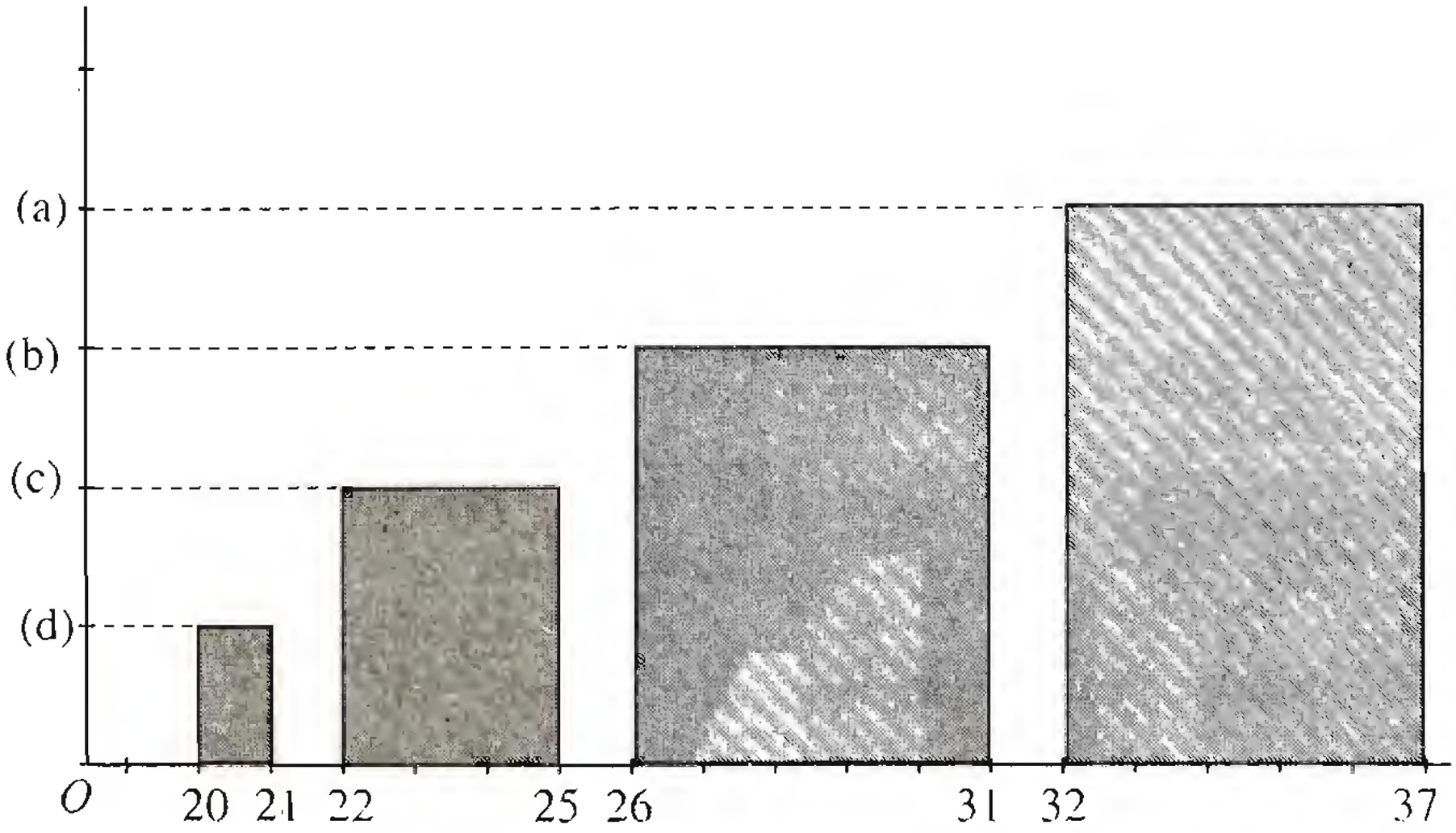
Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	8	6	14	2

10. Cho bảng tần số :

Lớp	Tần số
[20 ; 21]	5
[22; 25]	6
[26 ;31]	7
[32 ; 37]	8
	N = 26

Ta có biểu đồ tần số tương ứng như sau

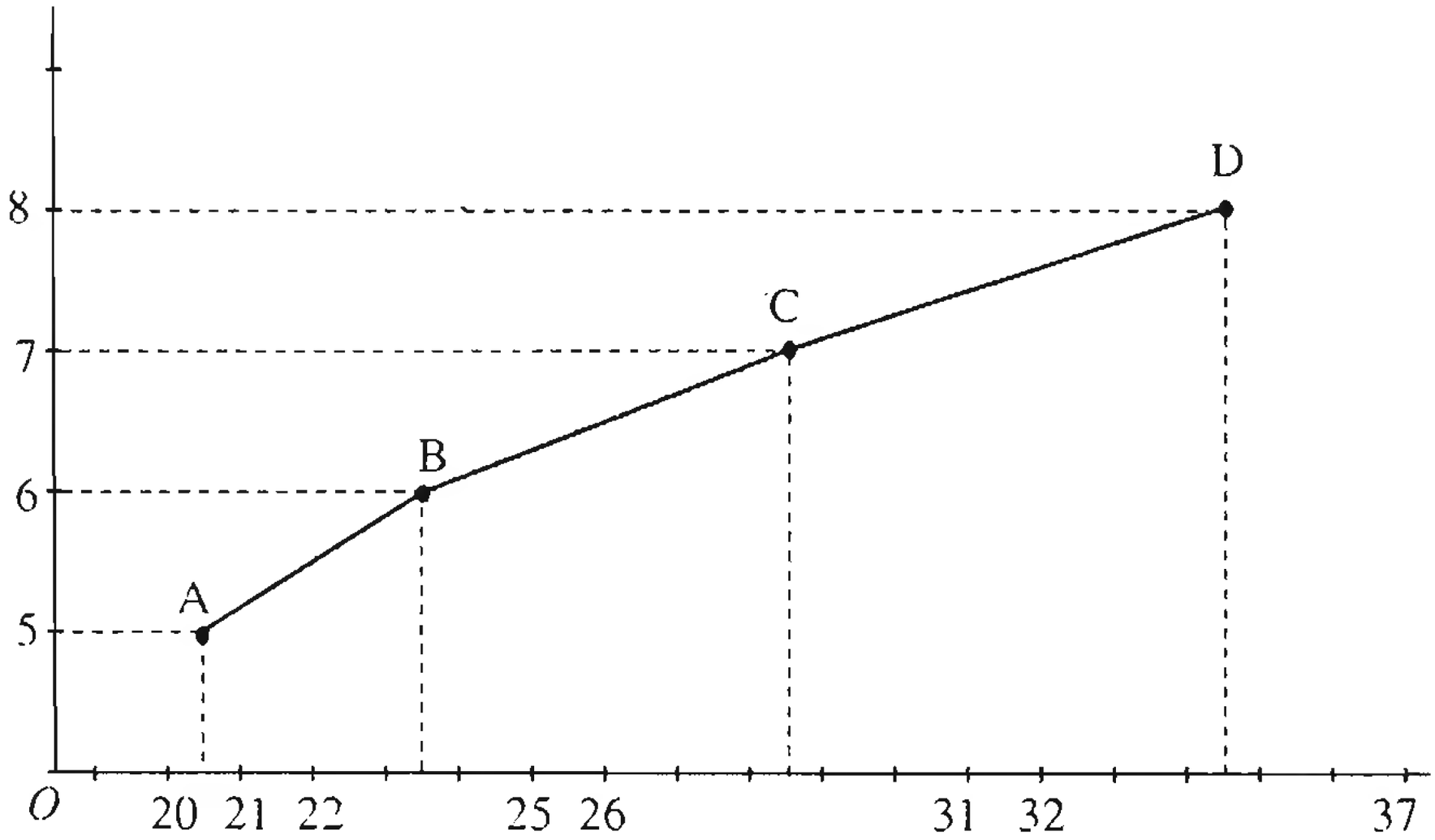


Hãy điền số vào (a), (b), (c) và (d).

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	5	6	7	8

11. Cho bảng tần số như ví dụ 1, tương ứng là biểu đồ đường gấp khúc tần số (h.5.4)



Hình 5.5

(a) Điểm A có toạ độ là (20,5 ; 5) Đúng ☐ Sai ☐;

(b) Điểm B có toạ độ là (23,5 ; 6) Đúng ☐ Sai ☐;

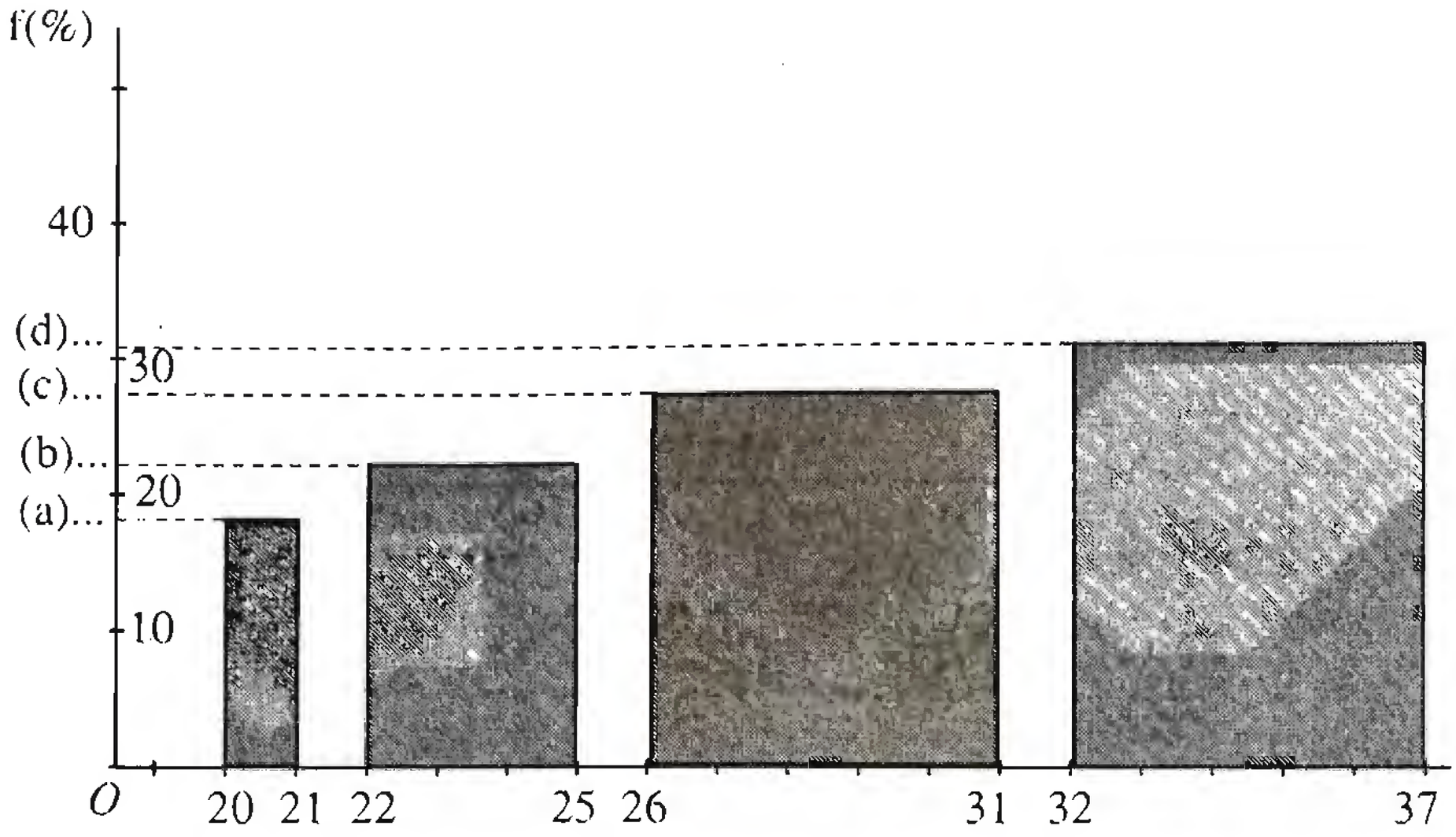
(a) Điểm C có toạ độ là (28,5 ; 7) Đúng ☐ Sai ☐;

(a) Điểm D có toạ độ là (34,5 ; 5) Đúng ☐ Sai ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	Đ	Đ	Đ

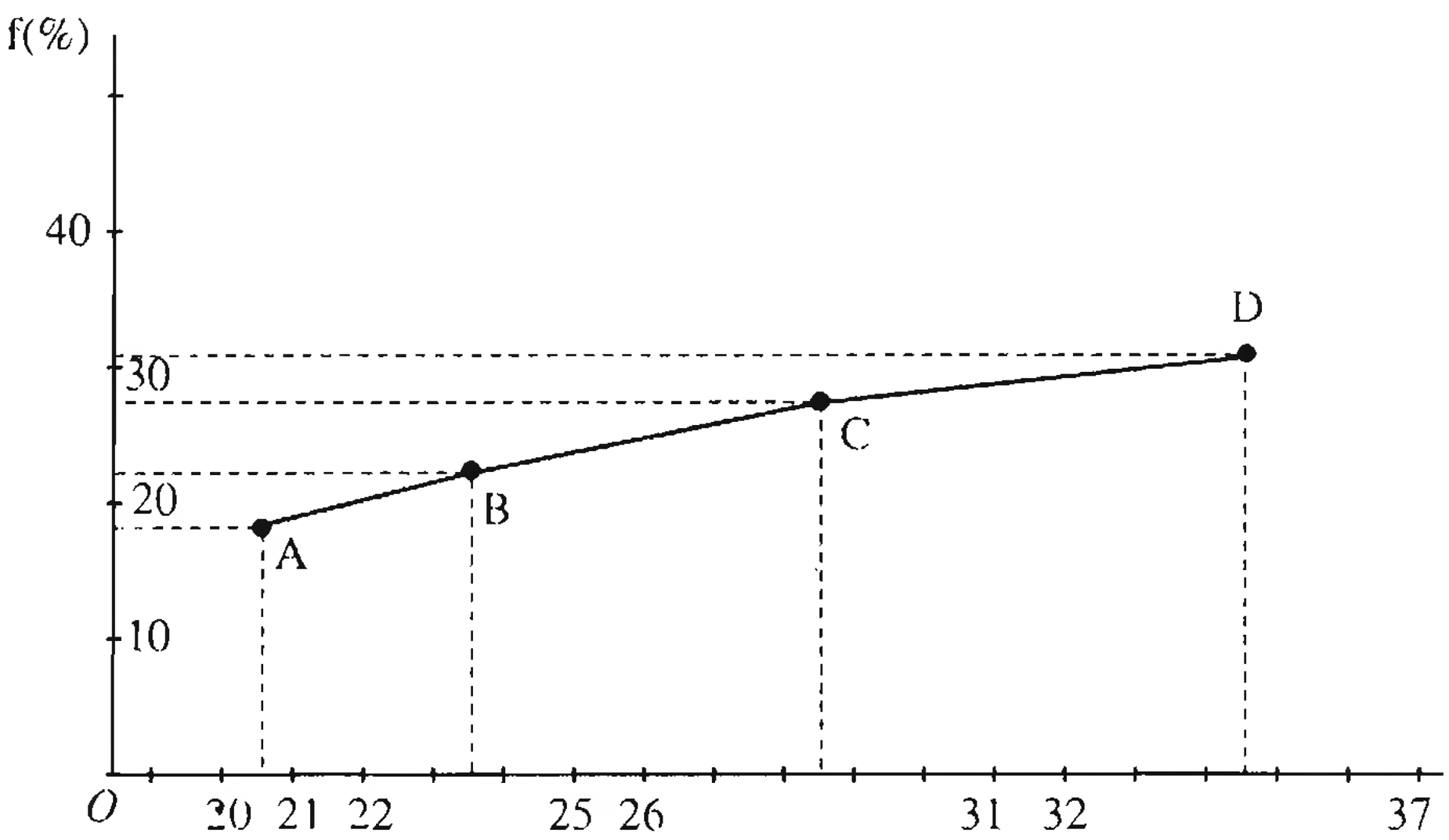
12. Cho biểu đồ tần suất dưới đây thể hiện bảng phân bố tần suất của bảng cho ở bài 1. Hãy điền vào chỗ trống.



Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	19,2	23,1	26,9	30,8

13. Biểu đồ đường gấp khúc tần suất của bảng trong ví dụ 3 được cho sau đây :



Hình 5.7

Hãy vào chỗ trống (...) sau

(a) Toạ độ điểm A là ...;

(b) Toạ độ điểm B là ...;

(c) Toạ độ điểm C là …;

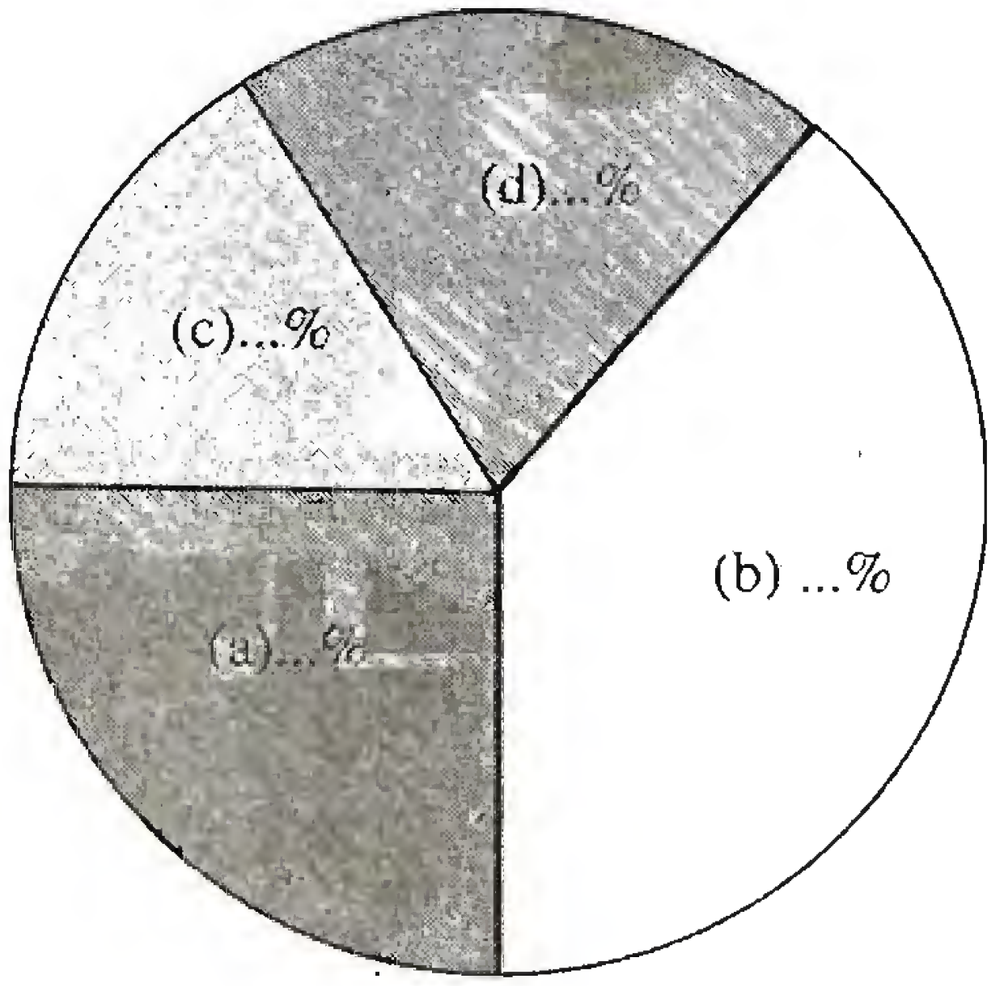
(d) Toạ độ điểm D là ….

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	(19,5 ; 19,2)	(23,5 ; (23,1)	(28,5 ; 26,9)	(34,5 ; 30,8)

14. Cho bảng phân bố tần số, tần suất và biểu đồ tần suất hình quạt tương ứng.

Lớp	**Tần số**	**Tần suất (%)**
[3 ; 5)	10	(a) …
[5; 7)	16	(b) …
[7 ;9)	6	(c) …
[9 ; 10]	8	(d) …
	N = 40	



a) Hãy điền vào chỗ trống (…).

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	25	40	15	20

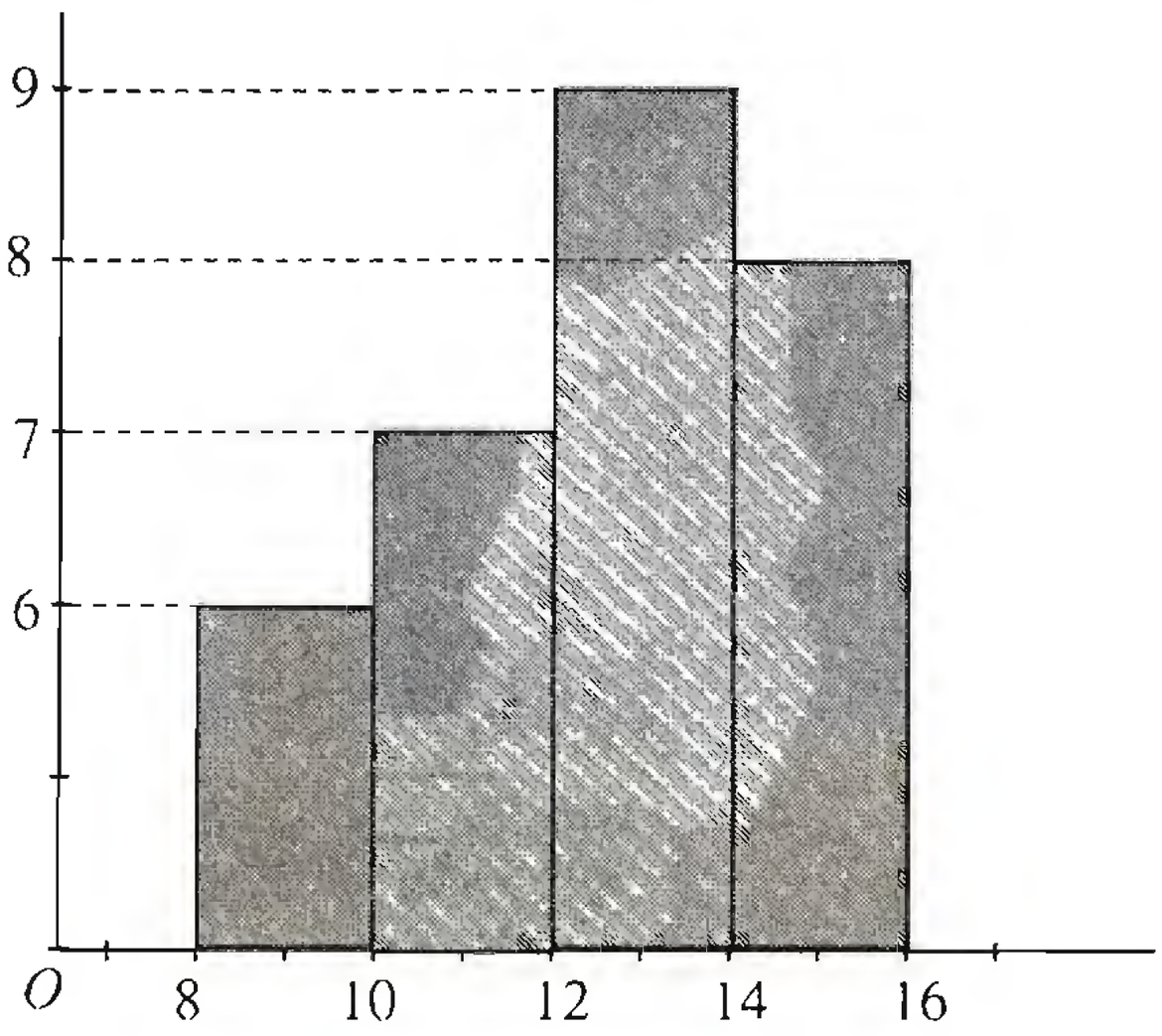
b) Hãy nối một lớp bên phải và một tần suất bên trái để được một lớp với tần suất tương ứng của nó.

Lớp	**Tần suất (%)**
1) [7 ;9)	(a) …
2) [5; 7)	(b) …
3) [3 ; 5)	(c) …
4) [9 ; 10]	(d) …

Trả lời.

1) – (c) ; 2) – b ; 3) – (a) ; 4) – (d).

15. Khi đo mức độ tăng trọng của 16 con lợn thịt cùng lứa, người ta được bảng phân bố tần số, tần suất và tương ứng là các biểu đồ tần số.



Hình 5.9

Do sơ suất người kĩ sư chăn nuôi làm mất bảng phân bố tần số. Dựa vào biểu đồ tần số trên hãy điền vào chỗ trống để được bảng phân bố tần số

Lớp	**Tần số**
1) [… ;…)	(a) …
2) […; …)	(b) …
3) [… ; ...)	(c) …
4) […; …]	(d) …

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	6	7	8	9

Câu	1)	2)	3)	4)
ĐA	[8;10)	[10;12)	[12 ; 14)	[14 ;16)

16. Dựa vào bảng tần số bài 6 hãy hoàn thiện bảng phân bố tần suất.

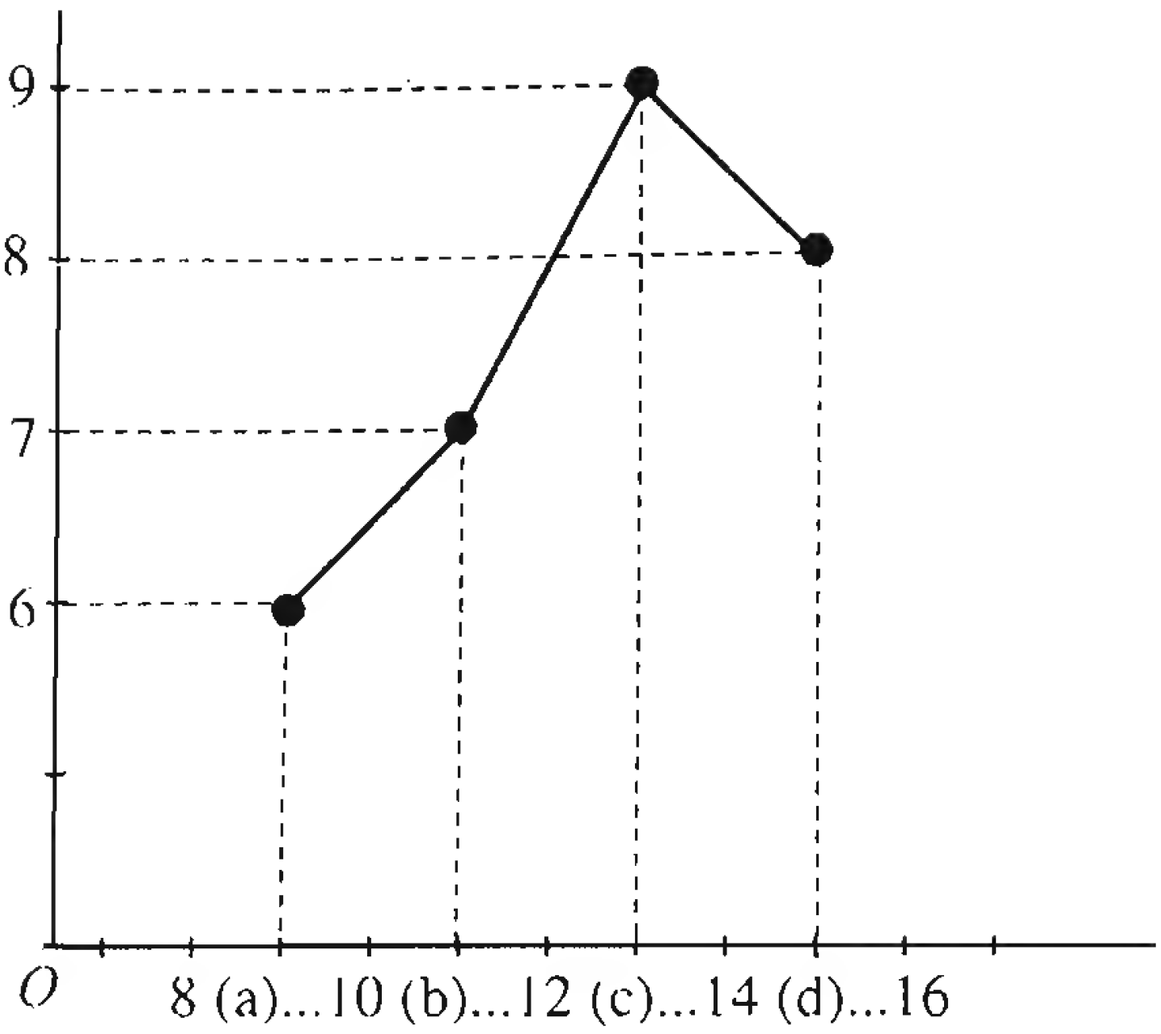
Lớp	**Tần suất(%)**
1) [… ;…)	(a) …
2) […; …)	(b) …
3) [… ; ...)	(c) …
4) […; …]	(d) …

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	20%	23,3%	26,7%	30%

Câu	1)	2)	3)	4)
ĐA	[8;10)	[10;12)	[12 ; 14)	[14 ;16)

17. Đề bài như bài 6. Hãy hoàn thiện biểu đồ đường gấp khúc tần số sau:



Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	9	11	13	15

18. Khi điều tra về số hộ vay vốn (đơn vị triệu đồng) để sản xuất nhỏ, người cán bộ ngân hàng thu được bảng số liệu sau đây:

Lớp	**Tần số**	**Tần suất(%)**
[5 ;10)	6	(a) ...
[10; 15)	7	(b) ...
[15 ; 20)	8	(c) ...
[20; 25]	5	(d) ...
	N = 26	

a) Hãy điền vào chỗ trống.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	23,1	26,9	30,1	19,2

b) Biểu đồ tần suất hình cột thể hiện bảng

(a) Đối với cột thể hiện lớp [5 ; 10) có chiều cao là 6. ☐;

(b) Đối với cột thể hiện lớp [10 ; 20) có chiều cao là 26,92. ☐;

(c) Đối với cột thể hiện lớp [20 ; 25) có chiều cao là 8. ☐;

(d) Đối với cột thể hiện lớp [25 ; 30) có chiều cao là 19,23. ☐;

Hãy lựa chọn đúng sai.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	Đ	S	Đ

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 3.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập lại các khái niệm: Tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất.

Xem lại các ví dụ và hoạt động trong SGK.

Sau đó hướng dẫn HS tính toán và điền vào bảng sau:

Lớp	**Tần số**	**Tần suất (%)**
[50 ; 124]	3	12
[125 ; 199]	…	…
[200 ; 274]	…	…
[275 ; 349]	…	…
[350 ; 424]	…	…
[425 ; 499]	…	…
	N = 25	

Đái số.

Lớp	Tần số	Tần suất
[50 ; 124]	3	12
[125 ; 199]	5	20
[200 ; 274]	7	28
[275 ; 349]	5	20
[350 ; 424]	3	12
[425 ; 499]	2	8
	N = 25	

Bài 4.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập lại các khái niệm: Tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất.

Xem lại các ví dụ và hoạt động trong SGK.

Sau đó hướng dẫn HS tính toán và điền vào bảng sau:

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[36 ; 43]	3	10
[44 ; 51]	…	…
[52 ; 59]	…	…
[60 ; 67]	…	…
[68 ; 75]	…	…
[76 ; 83]	…	…
	N = 30	

Đáp số.

Lớp	Tần số	Tần suất
[36 ; 43]	3	10%
[44 ; 51]	6	20
[52 ; 59]	6	20

[60 ; 67]	8	26,7
[68 ; 75]	3	10
[76 ; 83]	4	13,3
	N = 30	

Bài 5.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập lại các khái niệm: Tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất.

Xem lại các ví dụ và hoạt động trong SGK.

Sau đó hướng dẫn HS tính toán và điền vào bảng sau:

a)

Lớp	Tần số	Tần suất
[1 ;10]	5	...
[11 ; 20]	29	...
[21 ; 30]	21	...
[31 ; 40]	16	...
[41 ; 50]	7	...
[51 ;60]	2	...
	N = 80	

Đáp số.

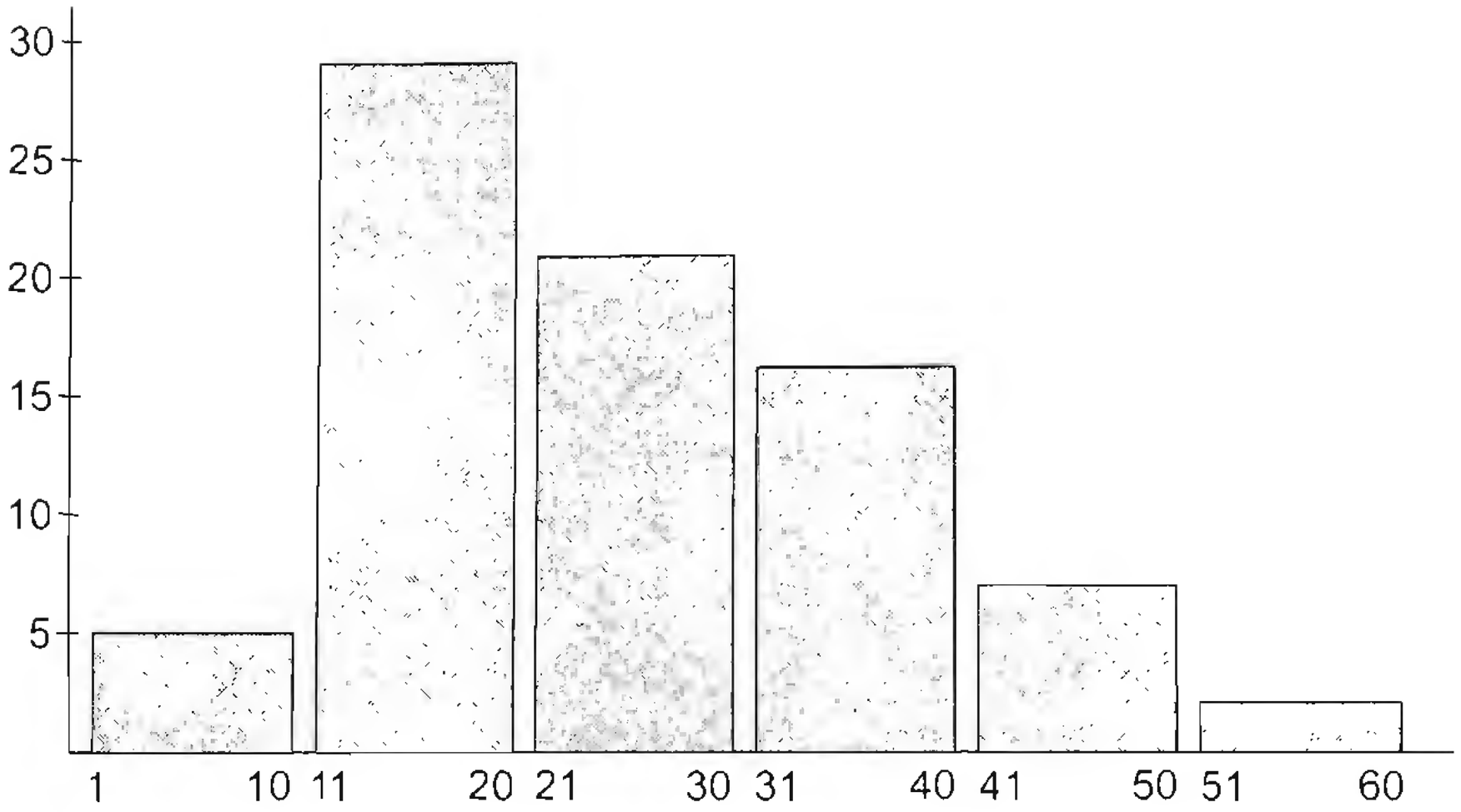
Lớp	Tần số	Tần suất
[1 ;10]	5	6,25
[11 ; 20]	29	36,25
[21 ; 30]	21	26,25
[31 ; 40]	16	20
[41 ; 50]	7	8,75
[51 ;60]	2	2,5
	N = 80	

b) Để vẽ biểu đồ tần số hình cột, HS cần nắm được

– Chiều rộng của cột.

– Chiều cao của cột.

–Số cột.

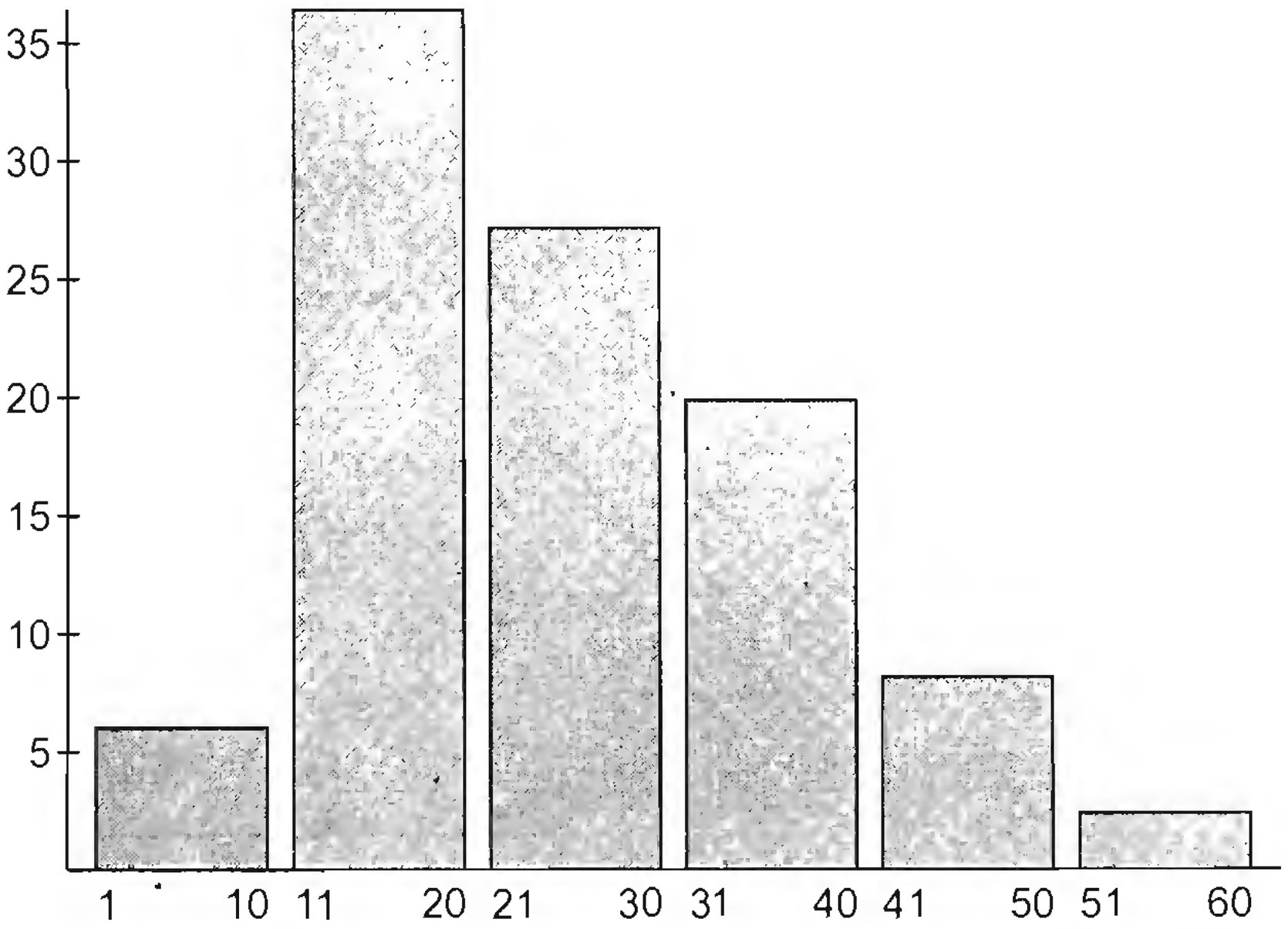


c) Để vẽ biểu đồ tần suất hình cột, HS cần nắm được

– Chiều rộng của cột.

– Chiều cao của cột.

–Số cột.



d) Để vẽ biểu đồ tần suất hình quạt, HS cần nắm được

– Diện tích hình quạt.

– Góc ở tâm.

– Cho HS điền vào bảng sau:

Lớp	Tần suất (%)	Góc ở tâm
[1 ; 10]	6,23	$22,5^{o}$
[11 ; 20]	...	...
[21 ; 30]	...	...
[31 ; 40]	...	...
[41 ; 50]	...	...
[51; 60]	...	...

Luyện tập
(tiết 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Thông qua các bài tập luyện tập, giúp HS nắm được :

Tần số, tần suất.

Bảng phân bố tần·số, tần suất.

Biểu đồ: Cách vẽ, đọc biểu đồ.

2. Kĩ năng

Tính thành thạo tần số, tần suất

Đọc và thành lập được bảng phân bố tần số, tần suất.

Đọc và vẽ được các loại biểu đồ.

3. Thái độ

Thông qua bài học HS liên hệ được những ý nghĩa thực tế.

Hiểu được ý nghĩa của toán học trong đời sống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị một số bảng, hình của các bài tập trước tại nhà.

Chuẩn bị phấn màu.

2. Chuẩn bị của HS :

HS làm bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết

IV TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu khái niệm dấu hiệu, đơn vị điều tra.

Câu hỏi 2

Hãy nêu khái niệm: Tần số, tần suất, bảng phân bố tần số, tần suất.

Câu hỏi 3

Nêu các bước vẽ biểu đồ: Tần số hình cột, tần suất hình quạt, đường gấp khúc tần số, đường gấp khúc tần suất.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 6.

câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Dấu diệu điều tra ở đây là gì? **Câu hỏi 2** Đơn vị điều tra ở đây là gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dấu hiệu điều tra là doanh thu của cửa hàng trong 1 tháng. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Đơn vị điều tra là một cửa hàng.

Câu b)

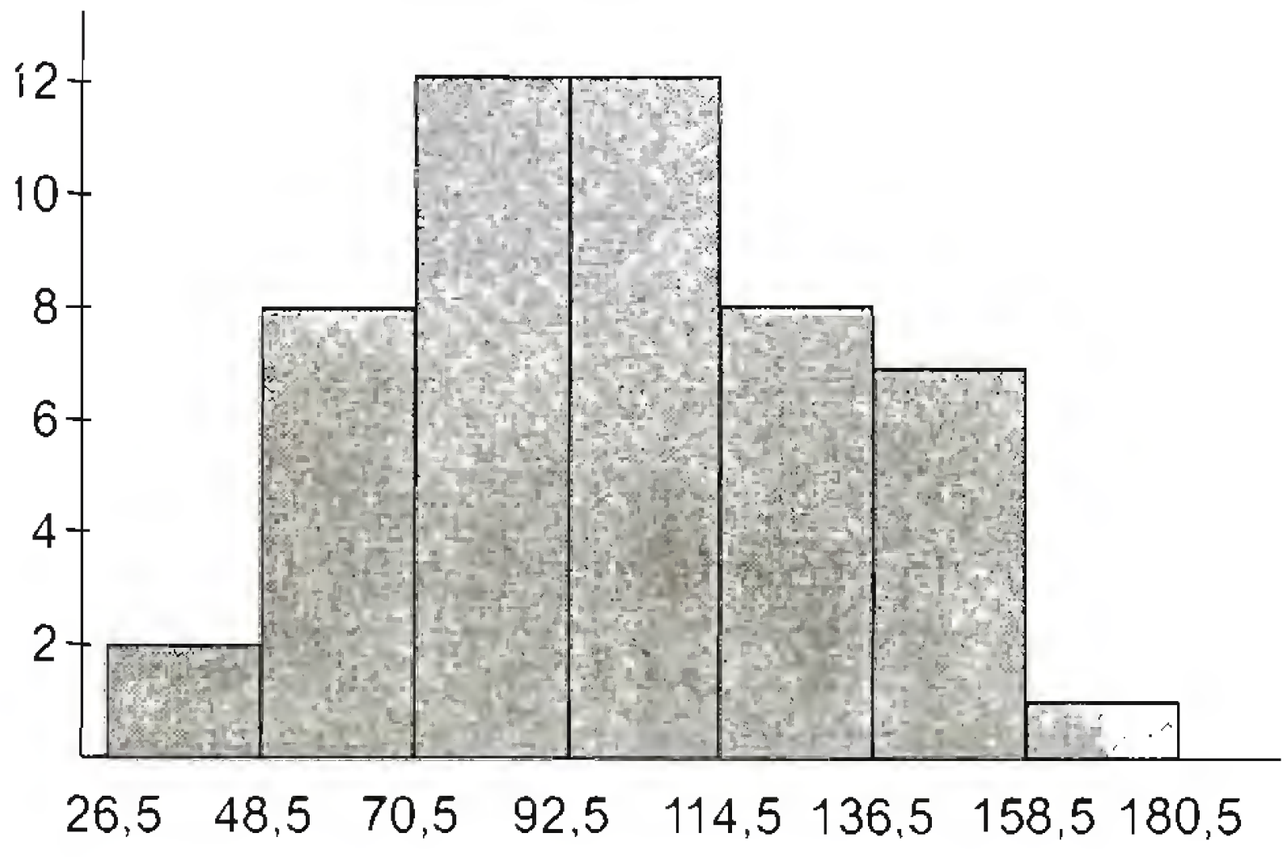
GV chia HS làm 4 tổ, điền vào chỗ trống sau đây, sau đó cử đại diện lên bảng điền.

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[26,5 – 48,5)	2	4
[48,5 – 70,5)	...	...

[70,5 – 92,5)	…	…
[92,5 – 114,5)	…	…
[114,5 – 136,5)	…	…
[136,5 – 158,5)	…	…
[158,5 – 180,5)	…	…
	N = 50	

Câu c)

GV cho HS vẽ và nhận xét..



HOẠT ĐỘNG 2

Bài 7.

câu a)

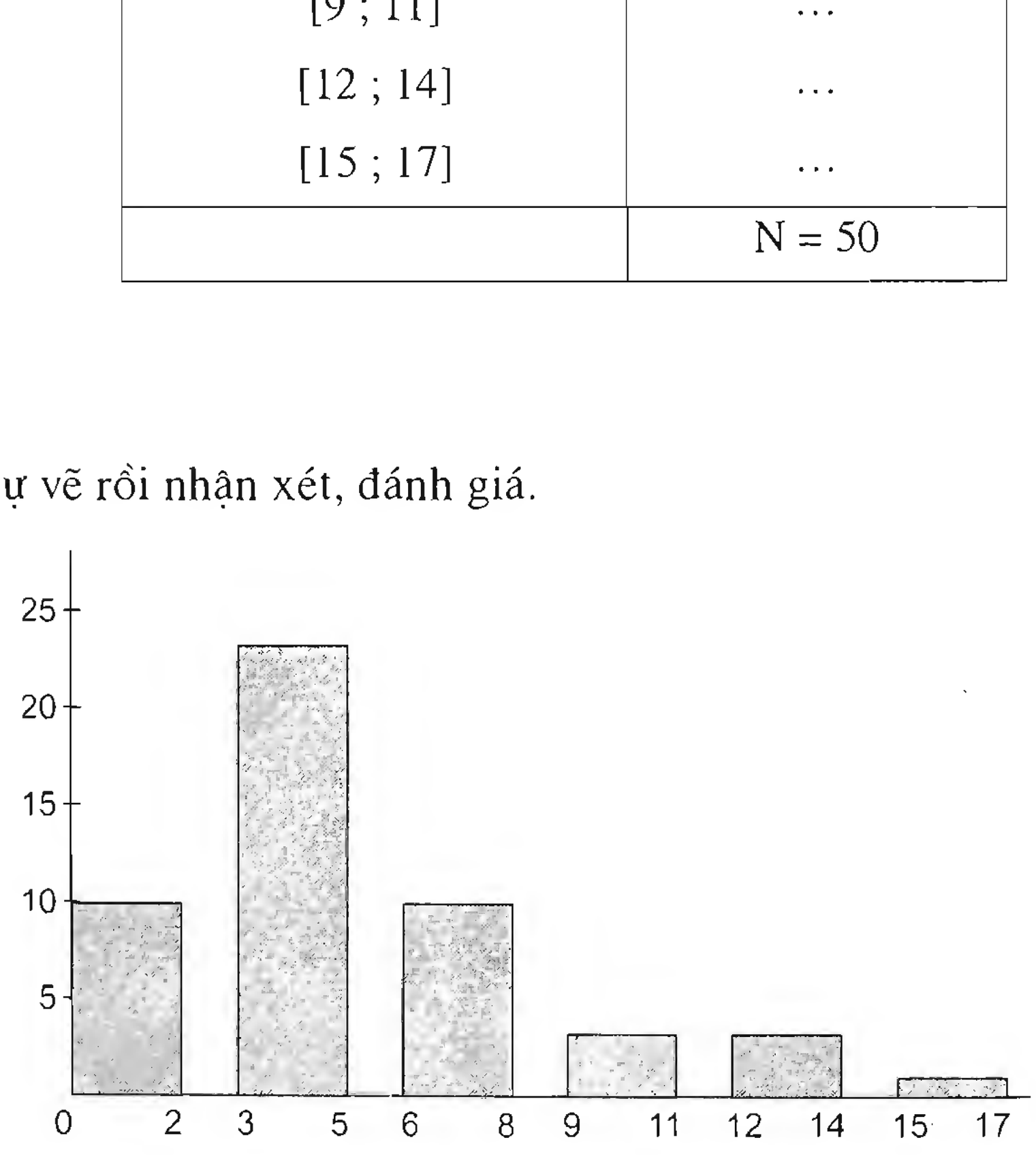
Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Dấu hiệu điều tra ở đây là gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số cuộn phim của nhà nhiếp ảnh trong tháng trước.
Câu hỏi 2 Đơn vị điều tra ở đây là gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Một nhà nhiếp ảnh nghiệp dư.

Câu b) GV chia HS làm 4 tổ, điền vào chỗ trống sau đây, sau đó cử đại diện lên bảng điền.

Lớp	**Tần số**
[0 ;2]	10
[3 ; 5]	…
[6 ; 8]	…
[9 ; 11]	…
[12 ; 14]	…
[15 ; 17]	…
	N = 50

Câu c)

GV cho HS tự vẽ rồi nhận xét, đánh giá.



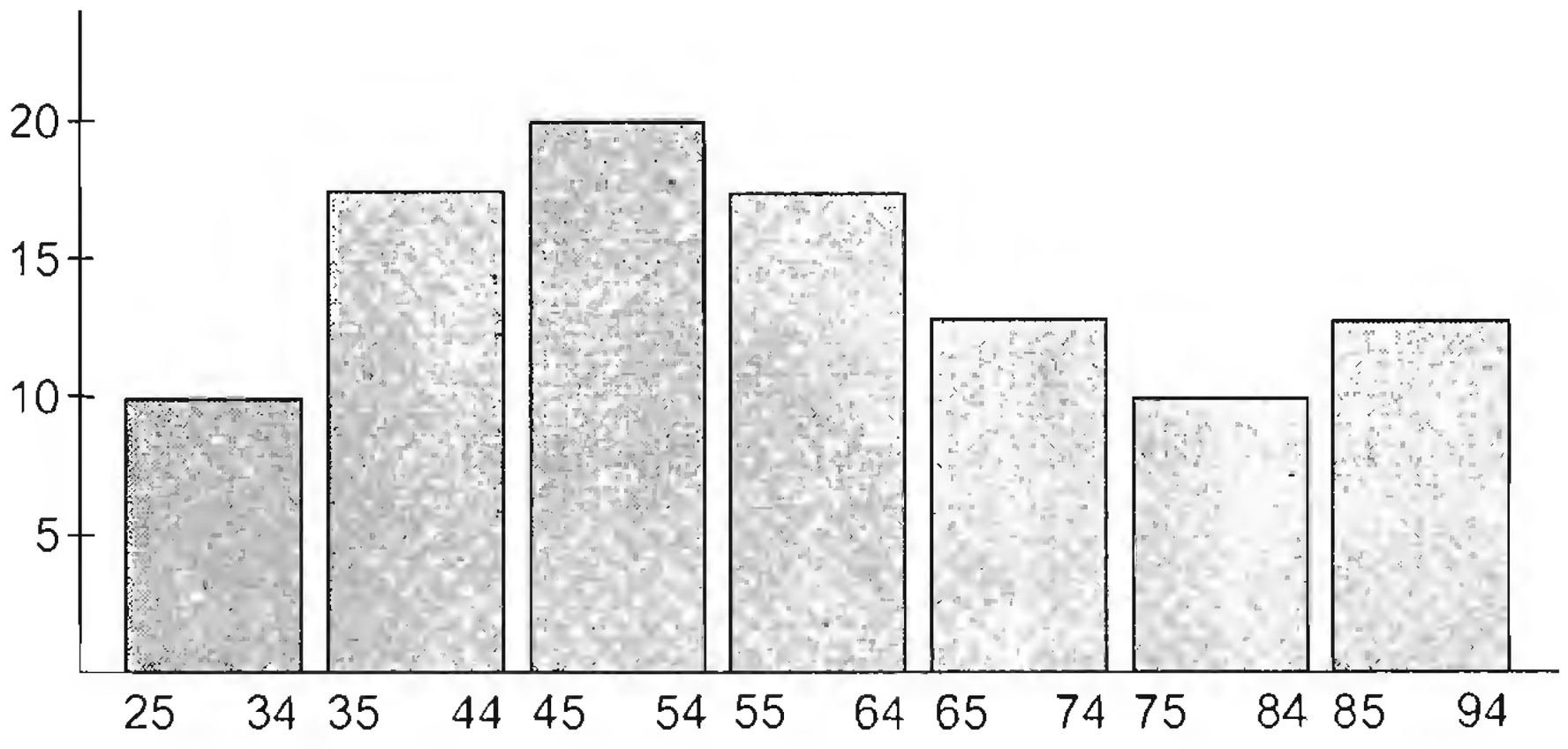
HOẠT ĐỘNG 2

Bài 3.

a) GV chia HS làm 4 tổ, điền vào chỗ trống sau đây, sau đó cử đại diện lên bảng điền.

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[25 – 34]	3	10
[35 – 44]	…	…
[45 – 54]	…	…
[55 – 64]	…	…
[65 – 74]	…	…
[75 – 84]	…	…
[85 – 94]	…	…
	N = 30	

b) GV cho HS vẽ và nhận xét đánh giá.



GV có thể đặt thêm các câu sau:

H1. Hãy vẽ biểu đồ đường gấp khúc tần số, tần suất của mỗ bài tập trên.

H2. Vẽ biểu đồ hình quạt của bài tập 8b).

§3. Các số đặc trưng của mẫu số liệu

(tiết 5, 6, 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS nắm được :

Khái niệm trung bình cộng của một dãy số liệu thống kê.

Số trung vị và ý nghĩa của nó.

Mốt và ý nghĩa của nó.

Phương sai và độ lệch chuẩn và ý nghĩa của chúng.

2. Kĩ năng

Tính thành thạo trung bình cộng.

Tính thành thạo mốt.

Tính thành thạo số trung vị.

Tính thành thạo : Phương sai và độ lệch chuẩn

3. Thái độ

Thông qua khái niệm trung bình cộng, số trung vị, mốt HS liên hệ được những ý nghĩa thực tế.

Hiểu được ý nghĩa của toán học trong đời sống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị một số bảng: 8, 9 trong SGK.

Chuẩn bị phấn màu.

2. Chuẩn bị của HS :

HS : Cần ôn lại một số kiến thức về hàm số đã học ở lớp 7.

Đọc bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết

Tiết 1: Phần 1.

Tiết 2: Phần 2, phần 3.

Tiết 2: Phần 4 và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu khái niệm về trung bình cộng của n số.

Câu hỏi 2

Hãy nêu ý nghĩa thực tiễn của việc chia lớp.

Câu hỏi 3

Nêu khái niệm phần tử đại diện của lớp. Việc chia lớp có ý nghĩa gì trong tính toán của thống kê.

Câu hỏi 4

Nêu công thức tính số đo góc ở tâm của biểu đồ tần suất hình quạt.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Số trung bình

• GV nêu các công thức tính số trung bình:

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N là $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$.

Ở lớp dưới, ta đã biết số trung bình của mẫu số liệu này, kí hiệu là $\bar{x}$, *được tính bởi công thức*

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_N}{N} \qquad (1)$$

Công thức (1) được viết gọn là

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

• GV nêu công thức số trung bình cho bởi bảng tần số:

Khi mẫu số liệu được cho bởi bảng tần số:

Giá trị	x_1	x_2	...	x_m	
Tần số	n_1	n_2	...	n_m	N

Công thức được cho như sau:

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + ... + n_mx_m}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_ix_i,$$

• GV nêu khái niệm giá trị đại diện và nêu công thức tính số trung bình trong bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp.

$$\overline{x} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_ix_i$$

• GV nêu ví dụ 1 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Điền vào chỗ trống trong nbảng sau:

Lớp	**Trung điểm**	**Tần số**
[5,45 ; 5,85)	5,65	5
[5,85 ; 6,25)	...	9
[6,25 ; 6,65)	...	15
[6,65 ; 7,05)	...	19
[7,05 ; 7,45)	...	16
[7,45 ; 7,85)	...	8
[7,85 ; 8,25)	...	2
		N = 74

H2. Tính số trung bình.

• GV nêu ý nghĩa của số trung bình.

Số trung bình dùng làm đại diện cho mẫu số liệu. Nó là số đặc trưng quan trọng trong mẫu số liệu.

• GV nêu ví dụ 2 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Có bao nhiêu HS?

H2. Hãy tìm số điểm trung bình.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Số trung vị

• GV nêu khái niệm số trung vị:

Giả sử ta có một mẫu gồm N số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Nếu N là một số lẻ thì số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ *(số liệu đứng chính giữa) gọi là số trung vị. Chẳng hạn, trong ví dụ 2, số liệu đứng thứ 6 là 70. Vậy 70 là số trung vị.*

Trong trường hợp N là một số chẵn, ta lấy số trung bình cộng của hai số liệu đứng thứ $\frac{N}{2}$ *và* $\frac{N}{2}+1$ *làm số trung vị.*

Số trung vị được kí hiệu là M_e ..

• GV nêu ví dụ 3 và nêu các câu hỏi sau:

H1. Mẫu số liệu có bao nhiêu?

H2. Số trung vị ccó thuộc mẫu số liệu không?

H3.Tìm số trung vị.

• Thực hiện **H1**

a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Trong ví dụ 2, mẫu số liệu có	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 11.

bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Số trung vị là số thứ bao nhiêu? **Câu hỏi 3** Tìm số trung vị.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số thứ 6. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung vị là 72.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trong ví dụ 3, mẫu số liệu có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Tìm số trung bình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 28. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trung bình là 42,32.

• Thực hiện **H2**.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trong ví dụ 2, mẫu số liệu có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Số trung vị là số thứ bao nhiêu? **Câu hỏi 3** Tìm số trung vị.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 36. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Là trung bình cộng của hai số thứ 18 và 19. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung vị là $\frac{165+166}{2} = 165,5$.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Mốt

• GV nêu khái niệm mốt:

Cho một mẫu số liệu dưới dạng bảng phân bố tần số. Giá trị có tần số lớn nhất được gọi là mốt của mẫu số liệu và kí hiệu là M_o.

• GV nêu ví dụ 4 và đặt các câu hỏi sau:

H1. Áo cỡ nào bán được nhiều nhất?

H2. Hãy tìm mốt.

• GV nêu chú ý:

Một bảng phân bố tần số có thể có hai hay nhiều mốt.

GV cho HS nêu một vài ví dụ trong các ví dụ đã nêu cho chú ý này.

• GV nêu ví dụ 5 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Hãy tìm mốt trong ví dụ trên.

H2. Có bao nhiêu mốt.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Phương sai và độ lệch chuẩn

• GV nêu ví dụ 6

• Thực hiện **H3**

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính điểm trung bình của An. **Câu hỏi 2** Tính điểm trung bình của Bình. **Câu hỏi 3** Bạn nào học đều hơn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điểm trung bình các môn học của An là 8,1. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Điểm trung bình các môn học của Bình xấp xỉ là 8,1. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** An học đều các môn còn Bình thì học giỏi các môn Tự nhiên và học trung bình ở các môn Xã hội. Câu hỏi "Theo em, bạn nào học khá hơn ?" là câu hỏi mở. Giáo viên để học sinh tự do trình bày ý kiến, lí lẽ của mình.

• GV nêu khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn.

Để đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị của dấu hiệu, người ta đưa ra một chỉ tiêu gọi là phương sai.

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N là $\{x_1, ..., x_N\}$.

Phương sai *của mẫu số liệu này, kí hiệu là* s^2 *được tính bởi công thức sau :*

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \qquad (3)$$

trong đó $\overline{x}$ *là số trung bình của mẫu số liệu.*

Căn bậc hai của phương sai được gọi là ***độ lệch chuẩn****, kí hiệu là s.*

Ta có

$$s = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

• GV nêu chú ý:

Công thức (3) có thể biến đổi thành

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2 \qquad (4)$$

Nếu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số (bảng 1) thì phương sai được tính bởi công thức

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m}n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{m}n_i x_i\right)^2$$

• GV nêu ví dụ 7 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Tính sản lượng trung bình.

H2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

• GV nêu ví dụ 8 và hướng dẫn giải như trong SGK.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Số trung bình cộng:

Trường hợp bảng phân bố tần số, tần suất (rời rạc)

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_kx_k) = f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_kx_k$$

trong đó n_i, f_i lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i, n là số các số liệu thống kê ($n_1 + n_2 + ... + n_k = n$).

Trường hợp bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + ... + n_kc_k) = f_1c_1 + f_2c_2 + ... + f_kc_k,$$

trong đó c_i, n_i, f_i lần lượt là giá trị đại diện, tần số, tần suất của lớp thứ i, n là số các số liệu thống kê ($n_1 + n_2 + ...+ n_k = n$).

2. Số trung vị:

Giả sử ta có một mẫu gồm N số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Nếu N là một số lẻ thì số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ (số liệu đứng chính giữa) gọi là số trung vị. Trong trường hợp N là một số chẵn, ta lấy số trung bình cộng của hai số liệu đứng thứ $\frac{N}{2}$ và $\frac{N}{2}+1$ làm số trung vị.

Số trung vị, kí hiệu là M_e.

3. Mốt

Mốt của một bảng phân bố tần số (rời rạc) là giá trị có tần số lớn nhất và được kí hiệu là M_0.

4. Phương sai và độ lệch chuẩn

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N là $\{x_1, ..., x_N\}$. **Phương sai** của mẫu số liệu này, kí hiệu là s^2 được tính bởi công thức sau :

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \qquad (3)$$

trong đó $\overline{x}$ là số trung bình của mẫu số liệu.

Căn bậc hai của phương sai được gọi là **độ lệch chuẩn**, kí hiệu là Ta có

$$s = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

Công thức (3) có thể biến đổi thành

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2 \qquad (4)$$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho bảng phân bố tần số về số điểm thi của học sinh :

:

Điểm bài thi (x)	**Tần số (n)**
0	10
1	15
2	20
3	20
4	50
5	60
6	55
7	20
8	25
9	10
10	15
	N = 300

a) Điểm trung bình (làm tròn đến hàng đơn vị) là:

(a) 5,0; (b) 4,82 ;

(c) 5,2; (d) 5,3.

Trả lời. Chọn (b).

b) Mốt là :

(a) 4; (b) 5;

(c) 6; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (b).

c) Số trung vị là:

(a) 5; (b) 6;

(c) 7; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (a).

2. Một trường học sau khi thi kiểm tra học kì người ta thống kê điểm Vật lí như sau:

Lớp	**Trung điểm**	**Tần số**
[0 ;2]	(a)…	70
[3; 5]	(b)…	130
[6 ; 8]	(c)…	170
[9; 10]	(d)….	30
		N = 400

Hãy điền vào chỗ trống.

Trả lời

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	1	4	7	8

3. Cho bảng phân bố như ở bài 2.

Số trung bình là :

(a) 3; b) 4;

(c)5; (d) 6;

Hãy chọn kết quả đúng.

Trả lời. Chọn (c).

4. Một cán bộ giao thông thống kê số ô tô đi qua một ngã tư trong hai ngày như sau:

Loại xe (x)	Tần số ngày thứ nhất (n_1)	Tần số ngày thứ hai (n_2)
1	10	40
2	15	39
3	20	30
4	20	22
5	50	30
	N = 115	N = 162

a) Mốt của ngày thứ nhất là :

(a) 1; (b) 2;
(c) 3 ; (d) 5 ; (e) 4.

Trả lời. Chọn (d).

b) Mốt của ngày thứ hai là :

(a) 1; (b) 2;
(c) 3; (d) 4 ; (e) 5.

Trả lời. Chọn (a).

5. Thống kê số tiền điện thoại 12 hộ dân trong một tổ dân số ta được kết quả như sau :

55, 76, 85, 75, 53, 63, 72, 64, 82, 96,

112, 210.

a) Số trung bình là (tính đến hàng phần trăm) :

(a) 81; (b) 82;
(c) 82,08; (d) 83.

Trả lời. Chọn (c).

b) Số trung vị là (tính đến hàng phần trăm)

(a) 63; (b) 72;
(c) 75,5; (d) 67,5

Trả lời. Chọn (c).

c) Mốt là :

(a) 61; (b) 71;
(c) 75,5; (d) cả ba kết quả đều sai.

Trả lời. Chọn (d).

6. Số tiền điện của 30 hộ dân ở một khu phố cho bởi bảng sau:

Lớp	Lớp	Phần tử đại diện	Tần số
1	[60; 69]	(a)...	5
2	[70; 79]	(b)...	10
3	[80; 89]	(c)...	8
4	[90; 99]	(d)...	7
			N = 30

a) Hãy điền vào chỗ trống.

Trả lời

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	65	75	85	95

b) Số trung bình là (làm tròn đến hàng trăm) :

(a) 81; (b) 82;

(c) 80,17; (d) 83.

Trả lời. Chọn (c).

7. Người ta thống kê được số bệnh nhân vào khoa cấp cứu trong một ngày, do tai nạn giao thông theo độ tuổi tại một bệnh viện như sau:

Lớp	Khoảng (tuổi)	Tần số
1	[18; 24]	21
2	[25; 29]	19
3	[30; 40]	12
4	[41; 60]	8
		N = 60

Số tuổi trung bình vào bệnh viện là

(a) 25 (b) 30

(c) 30,2 (d) 30,3.

Trả lời. Chọn (c).

8. Điểm của một môn thi học kì của 100 học sinh cho bởi bảng sau:

Điểm bài thi (x)	Tần số (n)

0	5
1	5
2	5
3	10
4	15
5	25
6	15
7	8
8	6
9	4
10	2
	N = 100

a) Mốt là :

(a) 5 (b) 3

(c) 6 (d) 4.

Trả lời. Chọn (a).

b) Số trung vị là :

(a) 4 (b) 5

(c) 6 (d) 7.

Trả lời. Chọn (b).

c) Số trung bình là :

(a) 5 (b) 4,65

(c) 5,2 (d) 5,3.

Trả lời. Chọn (b).

9. Thống kê một buổi sáng số trẻ đi tiêm phòng theo độ tuổi tại một trung tâm y tế như sau

Lớp	**Phần tử đại diện**	**Tần số**
[0 :2]	(a)...	30
[3; 5]	(b)...	20
[6 ; 8]	(c)...	30
[9; 10]	(d)....	20

		N = 100

a) Hãy điền vào chỗ trống.

Trả lời

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	1	4	7	8

b) Mốt là :

(a) [0 ;2] ; (b) [3; 5];

(c) [0 ;2] và[6 ; 8]; (d) [9; 10].

Trả lời. Chọn (c).

c) Số trung vị thuộc độ tuổi là :

(a) [0 ;2] ; (b) [3; 5];

(c) [6 ; 8] hoặc[3; 5] ; (d) [9; 10].

Trả lời. Chọn (c).

d) Độ tuổi trung bình đi tiêm phòng cho các cháu từ 0 đến 10 tuổi là :

(a) 5,15; (b) 6,15;

(c) 4,15; (d) 5.

Trả lời. Chọn (a).

10. Điểm kiểm tra của một nhóm học sinh trong 2 học kỳ được cho bởi bảng sau :

Điểm bài thi (x)	**HK1**	**HK2**
	Tần số (n)	**Tần số (n)**
0	10	5
1	15	20
2	20	20
3	20	15
4	50	50
5	60	70
6	55	50
7	20	30
8	25	20

9 10	10 15	10 10
	N = 300	

a) Số trung bình của học kì 1 là

(a) 5; (b) 5,5;

(c)5,08; (d) 6,5.

Trả lời. Chọn (c).

b) Số trung bình của học kì 2 là

(a) 5; (b) 5,05;

(c)4,82; (d)6,5.

Trả lời. Chọn (b).

c) Độ lệch chuẩn của học kì 1 là

(a) 2; (b) 2,38

(c)3; (d)4.

Trả lời. Chọn (b).

d) Phương sai của học kỳ 1 là:

(a) 6; (b)5,5;

(c)5: (d)5,64.

Trả lời. Chọn (d).

e) Độ lệch chuẩn của học kì 2 là

(a) 3 (b) 4

(c) 2,23 (d) 5.

Trả lời. Chọn (c).

f) Phương sai của học kỳ 2 là:

(a) 4,98 (b) 5

(c)5,5 (d) 5,7

Trả lời. Chọn (a).

11. Mức độ tiêu thụ điện năng của 4 gia đình trong tháng 1

Tháng 1	Tháng 2
86	96
96	110
56	70
110	94

a) Trung bình tiêu thụ điện tháng 1 là:

(a) 85 (b)86

(c) 87 (d)88.

Trả lời. Chọn (c).

b) Độ lệch chuẩn của tháng 1 là :

(a) 19 (b)19,86

(c)19,82 (d)19,88.

Trả lời. Chọn (c).

c) Phương sai của tháng 1 là :

(a) 392,83 (b) 392,3

(c) 392,8 (d) 392.

Trả lời. Chọn (a).

d) Trung bình tiêu thụ điện tháng 2 là:

(a) 92 (b)92,5

(c)93 (d)93,5.

Trả lời. Chọn (b).

e) Độ lệch chuẩn của tháng 2 là :

(a) 14 (b)14,86

(c)14,37 (d)1,88.

Trả lời. Chọn (c).

f) Phương sai của tháng 1 là :

(a) 206,75 (b) 306,75

(c) 406,75 (d) 106,75.

Trả lời. Chọn (a).

12. Người ta thống kê bệnh viêm họng hạt của 20 bệnh nhân mắc bệnh này và cho kết quả theo độ tuổi như sau:

Lớp	Khoảng	Trung điểm	Tần số
1	[10;19]	(a)...	5
2	[20;29]	(b)...	6
3	[30 : 39]	(c)...	7
4	[40; 49]	(d)....	2
			N = 113

a) Hãy điền vào chỗ trống.

b) Số trung bình là :

(a) 27,5 (b) 28;

(c) 29; (d) 30.

Trả lời. Chọn (a).

c) Độ lệch chuẩn là :

(a) 10; (b) 9,54

(c) 11 (d) 12.

Trả lời. Chọn (b).

d) Phương sai là

(a) 90 (b) 100

(c) 91 (d) 101.

Trả lời. Chọn (c).

13. Một cửa hàng bán sách thống kê số tiền mua sách (đơn vị : nghìn đồng) của 30 khách hàng trong một ngày như sau:

Lớp	Khoảng	Trung điểm	Tần số
1	[10;29]	(a) ...	9
2	[30;49]	(b) ...	8

3	[50 ; 69]	(c) ...	7
4	[70; 89]	(d) ...	6
			N = 30

a) Hãy điền vào chỗ trống.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	19,5	39,5	59,5	79,5

b) Số trung bình lầ :

(a) 32,83 (b) 28,83;

(c) 29,83; (d) 30,83.

Trả lời. Chọn (a).

c) Độ lệch chuẩn là :

(a) 10,06; (b) 11,06;

(c) 11, 5; (d) 12,06.

Trả lời. Chọn (b).

d) Phương sai là

(a) 90,22; (b) 100,22;

(c) 122,22 ; (d) 101,22.

Trả lời. Chọn (c).

14. Số tiền nước phải đóng trong một tháng của 9 hộ gia đình trong một khu phố dược thống kê như sau (đơn vị nghìn đồng):

30 35 38 40 46 48 56 62 64.

.a) Số trung bình cộng là :

(a) 46,55 (b) 47,55;

(c) 48,55; (d) 49,55.

Trả lời. Chọn (a).

b) Độ lệch chuẩn là :

(a) 10,34; (b) 11,34

(c) 12,34; (d) 13,34.

Trả lời. Chọn (b).

c) Phương sai là

(a) 126,69 (b) 127,69

(c) 128,69 (d) 129,69.

Trả lời. Chọn (c).

15. Người ta đo chiều cao của 18 học sinh lớp 10 được kết quả như sau (đơn vị cm).

148	148	149	149	149
150	150	152	152	153
153	154	155	155	156
160	161	162.		

Hãy chọn kết quả đúng trong các câu sau đây:

a) Số trung bình cộng là:

(a) 151,11; (b) 152,11;

(c)153,11 (d) 154,11.

Trả lời. Chọn (c).

d) Độ lệch chuẩn là :

(a) 7,28; (b) 6,28;

(c) 5,28; (d) 4,28.

Trả lời. Chọn (d).

e) Phương sai là :

(a) 18,32; (b) 19,32;

(c) 16,32; (d) 17,32.

Trả lời. Chọn (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 9.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập các khái niệm : Số trung bình, số trung vị, mốt, phương sai, độ lệch chuẩn.

– Xem lại các ví dụ trong bài 3.

a) Sử dụng công thức (2) trong SGK, ta có :

Số trung bình là 15,23.

b)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Bảng số liệu trên có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Tìm số trung vị. **Câu hỏi 3** Tìm Mốt. **Câu hỏi 4** Nêu ý nghĩa của chúng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 100. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Là trung bình cộng của số thứ 50 và số thứ 51. Số trung vị là 15,5. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Mốt là 16. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Như vậy, có khoảng một nửa số học sinh có điểm dưới 15,5 và số học sinh đạt 16 điểm là nhiều nhất.

c) Tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

Sử dụng định nghĩa và công thức (5) trong SGK.

Phương sai là 3,96. Độ lệch chuẩn là 1,99.

Bài 10.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập các khái niệm : Số trung bình, số trung vị, mốt, phương sai, độ lệch chuẩn.

– Xem lại các ví dụ trong bài 3.

a) Cho HS tìm giá trị đại diện của mỗi khoảng bằng cách điền vào chỗ trống sau:

Lớp	**Giá trị đại diện**	**Tần số**
[10 ; 19]	14,5	1
[20 ; 29]	…	14
[30 ;39]	…	21
[40 ; 49]	…	73
[50 ; 59]	…	42
[60 ; 69]	…	13
[70 ; 79]	…	9
[80 ; 89]	…	4
[90; 99]	…	2
		N = 179

Từ đó khối lượng trung bình của một củ khoai tây là 48,35g.

b) $s^2 \approx 194,64$. $s \approx 13,95$.

Bài 11.

Để làm bài tập này HS cần:

– Ôn tập các khái niệm : Số trung bình, số trung vị, mốt, phương sai, độ lệch chuẩn.

– Xem lại các ví dụ trong bài 3.

Đáp số.

Số trung bình là 2,35.

Phương sai là 1,57.

Độ lệch chuẩn là 1,25.

Luyện tập
(tiết 8)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Củng cố các kiến thức đã học trong bài 3

Số trung bình, số trung vị và mốt.

Phương sai và độ lệch chuẩn.

2. Kĩ năng

Hình thành các kĩ năng:

Tính các số đặc trưng của mẫu số liệu.

So sánh được các độ phân tán.

3. Thái độ

HS sẽ có tính tỉ mỉ, chính xác.

Thấy được mối liên hệ thực tiễn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các câu hỏi ôn tập.

Chuẩn bị phấn màu.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại toàn bộ kiến thức đã học, xem lại các ví dụ, HĐ trong bài 3.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các công thức tính số trung bình, số trung vị, mốt.

Câu hỏi 2

Em hãy cho biết ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn.

Câu hỏi 3

Em hãy cho biết trong độ phân tán, điều gì của độ lệch chuẩn khắc phục được khiếm khuyết của phương sai?

Câu hỏi 4

Để tìm phương sai và độ lệch chuẩn, đầu tiên ta tìm số nào?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 12

– HS xem lại các ví dụ và bài tập của bài 3.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Bảng số liệu trên có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Tìm số trung vị. **Câu hỏi 3** Tiúaố trung bình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 12. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Là trung bình cộng của số thứ 6 và số thứ 7. Số trung vị là 17 **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung bình là 15,67 triệu.

b) Phương sai là 5,39 triệu^2

Độ lệch chuẩn là 2,32 triệu.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 13

– HS xem lại các ví dụ và bài tập của bài 3.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Bảng số liệu trên có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Tìm số trung vị. **Câu hỏi 3** Tìm ố trung bình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 23. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Là số số thứ 13, sau khi đã sắp xếp thứ tự. Số trung vị là 50 **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung bình là 48,39.

`b) Phương sai là 121,98, độ lệch chuẩn là 11,04.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 14

– HS xem lại các ví dụ và bài tập của bài 3.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Bảng số liệu trên có bao nhiêu số? **Câu hỏi 2** Tìm số trung vị. **Câu hỏi 3** Tìm Số trung bình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 12. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trung vị là 537,5 (vì sau khi sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, số liệu đứng thứ 6 là 525, số liệu đứng thứ 7 là 550). **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung bình là 554,17.

`b) Phương sai là 43 061,81 ; độ lệch chuẩn là 207,51.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 15

– HS xem lại các ví dụ và bài tập của bài 3.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm các số liệu đặc trưng của con đường A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Trên con đường A : Số trung bình là 73,55 km/h ; số trung vị là 73 km/h. Phương sai là 77,14 $(km/h)^2$; độ lệch chuẩn là 8,78 km/h.
Câu hỏi 2 Tìm các số liệu đặc trưng của con đường B.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Trên con đường B : Số trung bình là 70,81 km/h, số trung vị là 71 km/h. Phương sai là 37,73 $(km/h)^2$ độ lệch chuẩn là 6,11 km/h.**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Câu hỏi 3 Con đường nào an toàn hơn?	Lái xe trên con đường B an toàn hơn trên con đường A vì vận tốc trung bình của ô tô trên con đường B nhỏ hơn trên con đường A và độ lệch chuẩn của ô tô trên con đường B cũng nhỏ hơn trên con đường A.

Ôn tập chương V

(tiết 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Củng cố các kiến thức đã học trong chương bao gồm:

Dãy số liệu thống kê (mẫu số liệu), kích thước mẫu, tần số, tần suất.

Bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp.

Biểu đồ tần số, tần suất hình cột, đường gấp khúc tần số, tần suất, biểu đồ tần suất hình quạt.

Số trung bình cộng, số trung vị, mốt.

Phương sai độ lệch chuẩn.

2. Kĩ năng

Hình thành các kĩ năng:

Tính toán trên các số liệu thống kê.

Kĩ năng phân lớp.

Vẽ và đọc các biểu đồ.

So sánh được các độ phân tán.

3. Thái độ

HS sẽ có tính tỉ mỉ, chính xác.

Thấy được mối liên hệ thực tiễn.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các câu hỏi ôn tập.

Chuẩn bị một bài kiểm tra 1 tiết gồm : trắc nghiệm khách quan và tự luận.

Chuẩn bị phấn màu.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại toàn bộ kiến thức đã học.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết :

GV nên chữa một số bài tập.

Các bài tập khác hướng dẫn.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Em hãy cho biết các công thứ tính phương sai và độ lệch chuẩn.

Câu hỏi 2

Để đánh giá về mức độ tốt hơn hay xấu hơn ta sử dụng số liệu đặc trưng nào?

Câu hỏi 3

Để tìm phương sai và độ lệch chuẩn, đầu tiên ta tìm số nào?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I– CÂU HỎI ÔN TẬP

Câu 1. Hãy nêu khái niệm kích thước mẫu.

Câu 2. Số trung bình cộng có ý nghĩa gì, hãy viết công thức tìm số trung bình cộng của dãy số liệu thống kê gồm n số.

Câu 3. Số trung vị bao giờ cũng thuộc dãy số liệu thống kê, đúng hay sai?

Câu 4. Mốt có ý nghĩa gì?

Câu 5. Hãy nêu quy tắc tìm số trung vị.

Câu 6. Hãy nêu khái miệm phần tử đại diện của một lớp.

Câu 7. Bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp có ý nghĩa như thế nào?

Câu 8. Ý nghĩa của các biểu đồ?

Câu 9. Nêu các quy tắc tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

Câu 10. Nêu các công thức tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

HOẠT ĐỘNG 2

CHỮA BÀI TẬP SGK

Bài 16.

Chọn (C).

Bài 17.

Chọn (C).

Bài 18.

Hãy tìm giá trị đại diện và điền vào chỗ trống trong bẳng sau:

Lớp	**Giá trị đại diện**	**Tần số**
[27,5 – 32,5)	30	18
[32,5 – 37,5)	…	76
[37,5 – 42.5)	…	200
[42,5 – 47,5)	…	100
[47,5 – 52,5)	…	6
		N = 400

Sau đó trả lời các câu hỏi sau:

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Tìm số trung bình. **Câu hỏi 2** Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\overline{x} \approx 40$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương sai là $17g^2$ Độ lệch chuẩn là 4,12g.

Bài 19.

Tìm giá trị đại diện bằng cách điền vào chỗ trống trong bảng sau:

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 44]	42	9
[45 ; 49]	…	15
[50 ; 54]	…	30
[55 ; 59]	…	17
[60 ;64]	…	17
[65 ;69]	…	12
		N = 100

Sau đó trả lời các câu hỏi sau:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm số trung bình. **Câu hỏi 2** Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Thời gian trung bình mà người đó đi từ A đến B là 54,7 phút. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương sai là ≈ 53,71. Độ lệch chuẩn là 7,33.

Bài 20.

a) Lập bảng phân bố bằng cách cho HS điền vào chỗ trống trong bảng sau:

Tuổi	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Tần số	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	N= 30

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm số trung bình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số trung bình là 17,37.

Câu hỏi 2 Hãy tìm độ lệch chuẩn. **Câu hỏi 3** Tìm số trung vị và mốt	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Độ lệch chuẩn là 3,12. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung vị là 17, có 2 mốt là 17 và 18.

Bài 21

a) Tìm giá trị đại diện bằng cách điền vào chỗ trống trong bảng sau:

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[50 ; 60)	55	2
[60 ; 70)	…	6
[70 ; 80)	…	10
[80 ; 90)	…	8
[90 ; 100)		4
		N = 30

Sau đó thực hiện các câu hỏi sau:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm số trung bình. **Câu hỏi 2** Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số trung bình là 77. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương sai là 122,66. Độ lệch chuẩn là 11,08.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Cho một bảng số liệu có kích thước mẫu N. Hãy điền đúng sai vào các ô sau đây:

(a) Mốt là số lớn nhất trong bảng số liệu ☐;

(b) Mốt là số nhỏ nhất trong bảng số liệu ☐;

(c) Mốt là số có tần số lớn nhất trong bảng số liệu ☐;

(d) Mốt là số có tần số nhỏ nhất trong bảng số liệu ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	S	Đ	S

2. Cho một bảng số liệu được sắp xếp theo thứ tự lớn dần có kích thước mẫu N. Hãy điền đúng sai vào các ô sau đây:

(a) Thứ tự số trung vị là số lớn hơn số thứ $\left[\frac{N}{2}\right]$ (phần nguyên của số $\frac{N}{2}$) trong bảng số liệu. ☐;

(b) Thứ tự số trung vị là số nhỏ hơn số thứ $\left[\frac{N}{2}\right]$ trong bảng số liệu. ☐;

(c) Thứ tự số trung vị là số lớn hơn hoặc bằng số thứ $\left[\frac{N}{2}\right]$ trong bảng số liệu. ☐;

(d) Thứ tự số trung vị là số nhỏ hơn số thứ $\left[\frac{N}{2}\right]$ trong bảng số liệu ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	S	S	Đ	S

3. Cho một bảng số liệu có kích thước mẫu N. Hãy điền đúng sai vào các ô sau đây:

(a) Mốt là số có trong bảng số liệu ☐;

(b) Mốt là số không có trong bảng số liệu ☐;

(c) Mốt là số trung vị ☐;

(d) Mốt là số trung bình trong bảng số liệu ☐.

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	S	S	S

4. Thống kê chiều cao 12 học sinh lớp 7 ở Hà Nội được số liệu (cm) như sau:

142	142	143	144	144	145
145	145	146	147	149	150

a) Mốt là

(a) 142 (b)143

(c) 144 (d) 145.

Trả lời. Chọn (d).

b) số trung vị là

(a) 142 (b)143

(c) 144 (d) 145.

Trả lời. Chọn (d).

c) Số rung bình là :

(a) 145,17; (b) 146,17;

(c) 147,17; (d) 148,17.

Trả lời. Chọn (a).

d) Độ lệch chuẩn là

(a)0; (b) 2,41;

(c)3,41; (d) 4.41.

Trả lời. Chọn (b).

e) phương sai là

(a) 0 (b) 7,81;

(c) 5,81; (d) 6.81.

Trả lời. Chọn (c).

5. Thống kê chiều cao 12 học sinh ở một vùng nông thôn, được số liệu (cm) như sau:

132	135	135	135	137	139
141	141	142	142	145	150

a) Mốt là

(a) 135; (b) 136;

(c) 137; (d) 138.

Trả lời. Chọn (a).

b) số trung vị là

(a) 139 (b) 139,5

(c) 140 (d) 141.

Trả lời. Chọn (d).

c) Số trung bình là :

(a) 139 (b) 139,5

(c) 140 (d) 141.

Trả lời. Chọn (b).

d) Độ lệch chuẩn là

(a) 4,84 (b) 5,84

(c) 6,84 (d) 7,84.

Trả lời. Chọn (a).

e) Phương sai là:

(a) 21 (b) 20

(c) 23,42 (d) 16.

Trả lời. Chọn (c).

6. Thống kê số người đi làm muộn của một đơn vị trong 3 tuần như sau:

0	2	2	3	7	7	8	8
9	9	9	9	11	11	11	17
19	20						

a) Mốt là

(a) 8; (b) 9;

(c) 10 ; (d) 11.

Trả lời. Chọn (b).

b) số trung vị là

(a) 8 (b) 9

(c) 10 (d) 11.

Trả lời. Chọn (b).

c) Số trung bình là :

(a) 5,39 (b) 6,39

(c) 7 (d) 4.

Trả lời. Chọn (a).

d) Độ lệch chuẩn là

(a) 29 (b) 30

(c) 31 (d) 32.

Trả lời. Chọn (a).

7. Thống kê số học sinh đạt điểm dưới trung bình trong kì thi học kì của 10 học sinh được số liệu như sau:

42	42	43	44	44
45	45	46	47	49.

a) Mốt là

(a) 44; (b) 45;

(c) 44 và 45 ; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (c).

b) Số trung vị là

(a) 44; (b) 45;

(c) 46; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (d).

c) Số trung bình là :

(a) 44; (b) 45;

(c) 46; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (d).

d) Độ lệch chuẩn là

(a) 2,1; (b) 2,2;

(c) 1,5; (d) 1.

Trả lời. Chọn (a).

e) Phương sai là

(a) 4; (b) 4,41;

(c) 5; (d) 6.

Trả lời. Chọn (b).

8. Khi hỏi một số người về độ tuổi mà bạn cho là thích hợp cho việc làm giám đốc một cơ quan ta được

Lớp	**Trung điểm**	**Tần số**
[20;39]	(a)…	50
[40; 49]	(b)…	85
[50 ; 54]	(c)…	12
[55; 59]	(d)….	3
		N = 150

a) Hãy điền vào chỗ trống

b) Độ tuổi trung bình để làm giám đốc là:

(a) 40,35 ; (b) 45;

(c) 51 ; (d) 52.

Trả lời. Chọn (a).

c) Độ lệch chuẩn là :

(a) 10 ; (b) 8,09 ;

(c) 11,04 ; (d) 12,04.

Trả lời. Chọn (b).

d) Phương sai là :

(a) 100; (b) 102;

(c) 65,4; (d) 110.

Trả lời. Chọn (c).

9. Người ta thống kê mức độ tín nhiệm một cán bộ lãnh đạo bởi 20 người của mỗi nhóm bằng cách cho điểm như sau:

Nhóm 1:

3,1	3,2	3,2	3,4	3,4	3,5
3,5	3,6	3,6	3,6	4,5	4,5
4,6	4,6	4,8	5	5,5	6
7	10				

Nhóm 2:

2,2	2,2	2,4	2,4	3,5	3,5
3,5	3,6	3,6	3,7	4,5	4,5
4,6	4,6	4,8	5	7	8
9	10				

a) Mốt của nhóm 1là :

(a) 3,5; (b) 3,6;

(c) 4,5; (d) 3,4.

Trả lời. Chọn (b).

b) Mốt của nhóm 2 là :

(a) 3,5; (b) 4,6;

(c) 4,5; (d) 3,4.

Trả lời. Chọn (a).

c) Trung vị của nhóm 1 là :

(a) 3,5; (b) 3,6;

(c) 4,5; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (d).

d) Trung vị của nhóm 2 là :

(a) 3,5; (b) 3,6;

(c) 4,5; (d) Một số khác.

Trả lời. Chọn (d).

e) Trung bình của nhóm 1 là:

(a) 3,98 (b) 3,97

(c) 3,96 (d) 4,53.

Trả lời. Chọn (d).

g) Độ lệch chuẩn của nhóm 1 là:

(a) 0,6 (b) 0,61

(c) 1,62 (d) 0,7.

Trả lời. Chọn (c).

Đề số 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm), làm trong 15', thu bài ngay

Thống kê điểm toán của một lớp, GV ghi như sau:

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	0	3	5	6	7	11	5	4	2	2

Câu 1. Mốt là điểm số:

(a) 4;

(b) 5

(c) 6

(c) 7.

Câu 2. Số trung vị là:

(a) 4;

(b) 5

(c) 6

(c) 7.

Câu 3. Số trung bình cộng là

(a) 5;

(b) 6;

(c) 5,8;

(d) 6,8.

Câu 4. Độ lệch chuẩn là

(a) 5;

(b) 2;

(c) Lớn hơn 2 và nhỏ hơn 3;

(d) Lớn hơn 3.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Người ta thống kê số bệnh nhân sốt phát ban trong 1 tuần tại một bênh viện A, trong thời kì xảy ra dịch như sau:

Thứ	2	3	4	5	6	7	CN
Số bệnh nhân	22	25	12	15	17	27	30

a) Hãy tính : Số trung bình bệnh nhân trong một ngày.

b) Tìm : mốt, số trung vị.

c) Tính tần suất số bệnh nhân của các lớp sau

[10 ; 20], [21; 25], [26 ; 30].

d) Vẽ biểu đồ hình quạt tần suất câu c), tính số đo góc ở tâm mỗi lớp.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm). Mỗi câu 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
ĐA	(c)	(c)	(c)	(c)

Phần 2. Phần tự luận.

Câu a) 1,5 điểm.

Số trung bình cộng trong dãy số liệu trên là số bệnh nhân trung bình trong một ngày.

$$\bar{x} = \frac{22+25+12+15+17+27+30}{7} \approx 21{,}1 \text{ người.}$$

Câu b) 1,5 điểm.

Mốt là ngày chủ nhật.

Số trung vị là: 25.

Câu c) 1,5 điểm

Ta có bảng phân bố như sau:

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[10 ; 20]	3	42,8
[21 ; 25]	2	28,6
[26 ; 30]	2	28,6

Câu d) 1,5 điểm

GV tự vẽ. Các góc ở tâm tương ứng là : 154,28 độ, 102,85 độ và 102,85 độ.

Đề số 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm), làm trong 15', thu bài ngay

Thống kê sự phát triển chiều cao của một lớp HS lớp 10 gồm 40 em sau một năm như sau (đơn vị cm) :

Lớp	Tần số
[4 ; 6)	6
[6 ; 8)	8
[8 ; 10)	12
[10 ; 12)	10
[12 ; 16)	4

Câu 1. Hãy điền vào chỗ trống sau:

Lớp	phần tử đại diện
[4 ; 6)	5
[6 ; 8)	...
[8 ; 10)	...
[10 ; 12)	...
[12 ; 16)	...

Câu 2. Hãy điền vào chỗ trống sau:

Lớp	Tần số	Tần suất
[4 ; 6)	6	...
[6 ; 8)	8	...
[8 ; 10)	12	...
[10 ; 12)	10	...
[12 ; 16)	4	...

Câu 3. Tăng trưởng chiều cao trung bình là

(a) Lớn hơn 9; (b) Nhỏ hơn 8;

(c) Thuộc khoảng (8 ; 9); (d) 13.

Câu 4. Độ lệch chuẩn là

(a) Lớn hơn 3: (b) Nhỏ hơn 2;

(c) Thuộc khoảng (2 ; 3); (d) 4.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Người ta thống kê số gia cầm bị thiêu huỷ của 8 xã trong vùng bị dịch như sau (đơn vị nghìn):

Xã	1	2	3	4	5	6
Số gia cầm bị thiêu huỷ	12	27	15	22	5	45

a) Hãy tính : Trung bình số gia cầm bị thiêu huỷ của mỗi xã.

b) Tìm : mốt, số trung vị.

c) Tính tần suất.

d) Vẽ biểu đồ hình cột tần suất câu c.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm). Mỗi câu 1 điểm.

Câu 1.

Lớp	Phần tử đại diện
[4 ; 6)	5
[6 ; 8)	7
[8 ; 10)	9
[10 ; 12)	11
[12 ; 16)	13

Câu 2.

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[4 ; 6)	6	15
[6 ; 8)	8	20
[8 ; 10)	12	30
[10 ; 12)	10	25
[12 ; 16)	4	10

Câu	3	4
ĐA	(c)	(c)

Phần 2. Phần tự luận.

Câu a) 1,5 điểm.

Số trung bình cộng là $\bar{x} = \dfrac{12+27+15+22+5+45}{6} = 21$ nghìn.

Câu b) 1,5 điểm.

Mốt là xã 6.

Tổng số gia cầm bị thiêu huỷ là 126 nghìn con

Số trung vị là: 22.

Câu c) 1,5 điểm

Ta có bảng phân bố như sau:

Xã	Tần số	Tần suất (%)
1	12	9,52
2	27	21,4
3	15	11,9
4	22	17,5

5	5
6	45

Câu d) 1.5 điểm.

GV tự vẽ.

Chương VI

GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

PHẦN 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương gồm:

Cung và góc lượng giác : Đường tròn định hướng và cung lượng giác, Góc lượng giác, đường tròn lượng giác, độ và radian, độ dài cung tròn, số đo của cung lượng giác, số đo của một góc lượng giác, biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác.

Giá trị lượng giác của một cung: Định nghĩa các giá trị lượng giác, giá trị lượng giác của các cung đặc biệt, ý nghĩa hình học của tang và côtang. Các công thức lượng giác cơ bản và áp dụng, giá trị lượng giác của các cung có liên quan đặc biệt,

Công thức lượng giác: Công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích,

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Hiểu khái niệm cung và góc lượng giác.

Nắm vững khái niệm về giá trị lượng giác, vận dụng được trong việc giải các bài tập có liên quan.

Hiểu ý nghĩa hình học của tang và côtang.

Nắm vững các công thức lượng giác.

2. Kĩ năng

Vận dụng thành thạo

+ Đổi độ thành radian.

+ Các giá trị lượng giác.

+ Các công thức lượng giác.

Biết cách chứng minh một số công thức lượng giác.

Biết giải một số bài toán về tính toán.

Biết xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn cung lượng giác AM có số đo α.

Sử dụng thành thạo các công thức lượng giác: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$. $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$. $1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

3. Thái độ

HS có tính cẩn thận, kiên trì và khoa học làm các bài tập về lượng giác.

HS thấy được quan hệ mật thiết giữa toán học và đời sống, toán học xuất hiện do nhu cầu từ đời sống.

PHẦN 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Góc và cung lượng giác

(tiết 1, 2)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

Hiểu khái niệm đường tròn định hướng và cung lượng giác.

Hiểu khái niệm góc lượng giác và đường tròn lượng giác.

Hiểu khái niệm đơn vị độ và radian, mối quan hệ giữa các đơn vị này.

Nắm vững số đo của cung và góc lượng giác.

Biểu diễn được cung lượng giác trên đường tròn lượng giác.

2. Kĩ năng

- Tính và chuyển đổi thành thạo hai đơn vị độ và radian.

Tính thành thạo số đo một cung lượng giác.

3. Thái độ

Rèn luyện tính nghiêm túc, khoa học, tính thực tiễn cao.

Rèn luyện óc tư duy thực tế.

Rèn luyện tính sáng tạo.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ đặc biệt là các kiến thức mà HS đã học ở lớp 9 về giải tam giác, giá trị lượng giác của một góc nhọn.

Chuẩn bị một số hình vẽ trong SGK từ hình 6.1 đến hình 6.7 để treo hoặc chiếu lên bảng; phấn màu,...

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về hàm số đã học ở lớp 9.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1: Phần 1;

Tiết 2 : Phần 2 và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Cho tam giác vuông ABC, vuông tại A, AB = 3, BC = 4.

Câu hỏi 1

Hãy cho biết sin của các góc B và C

Câu hỏi 2

Hãy cho biết các giá trị còn lại của các góc B và góc C.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Đơn vị đo góc và cung tròn, độ dài cung tròn

a) Độ

• GV Nêu khái niệm độ và đưa ra công thức

Nếu chia đường tròn thành 360 phần bằng nhau thì mỗi cung tròn này có độ dài bằng $\frac{2\pi R}{360} = \frac{\pi R}{180}$ *và có số đo* 1° *góc ở tâm chắn mỗi cung đó có số đo bằng* 1°

Vậy cung tròn bán kính R có số đo a° $(0 \le a \le 360)$ *thì có độ dài*

$$l = \frac{\pi aR}{180}$$

• Nêu ví dụ 1 và đưa ra các câu hỏi sau (nhằm củng cố công thức):

H1. Vận dụng công thức trên, hãy đổi $\frac{1}{8}$ đường tròn ra độ.

H2. Vận dụng công thức trên, hãy đổi $\frac{1}{5}$ đường tròn ra độ.

• Thực hiện **H1**

GV: *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đường xích đạo ứng với số đo độ là bao nhiêu? **Câu hỏi 2** Một hải lí có độ dài bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** ứng với số đo là 360^o **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{40000}{360\times 60}\approx 1,852(\text{km})$.

b) Radian

• GV nêu định nghĩa radian

Cung tròn có độ dài bằng bán kính gọi là ***cung có số đo 1 radian****, gọi tắt là cung 1 radian. Góc ở tâm chắn cung 1 radian gọi là* ***góc có số đo 1 radian*** *gọi tắt là góc 1 radian.*

1 radian còn viết tắt là 1 rad.

• Thực hiện **H2**.

GV: *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Cung có độ dài bằng bán kính có số đo bằng bao nhiêu phần của đường tròn? **Câu hỏi 2**	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Độ dài đường tròn là $2\pi R$, vậy cung có độ dài bằng bán kính có số đo $\frac{1}{2\pi}$ đường tròn.

Hãy xác định số đo độ của cung đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{180}{\pi}$ độ.

• GV đưa ra công thức sau:

Cung có độ dài bằng l thì có số đo radian là $\alpha = \frac{l}{R}$

Nếu cung đó có số đo độ là a thì từ $l = \alpha R = \frac{\pi a R}{180}$ *suy ra*

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{a}{180}$$

Vậy $1rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} \approx 57^{\circ}17'45''$

$$1^{\circ} = \frac{\pi}{180}\text{rad} \approx 0,175\text{rad}.$$

• GV đưa ra bảng ghi nhớ, chia HS thành hai nhóm, cho HS tính và điền vào bảng sau:

Nhóm 1

Độ	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Radian	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Nhóm 2

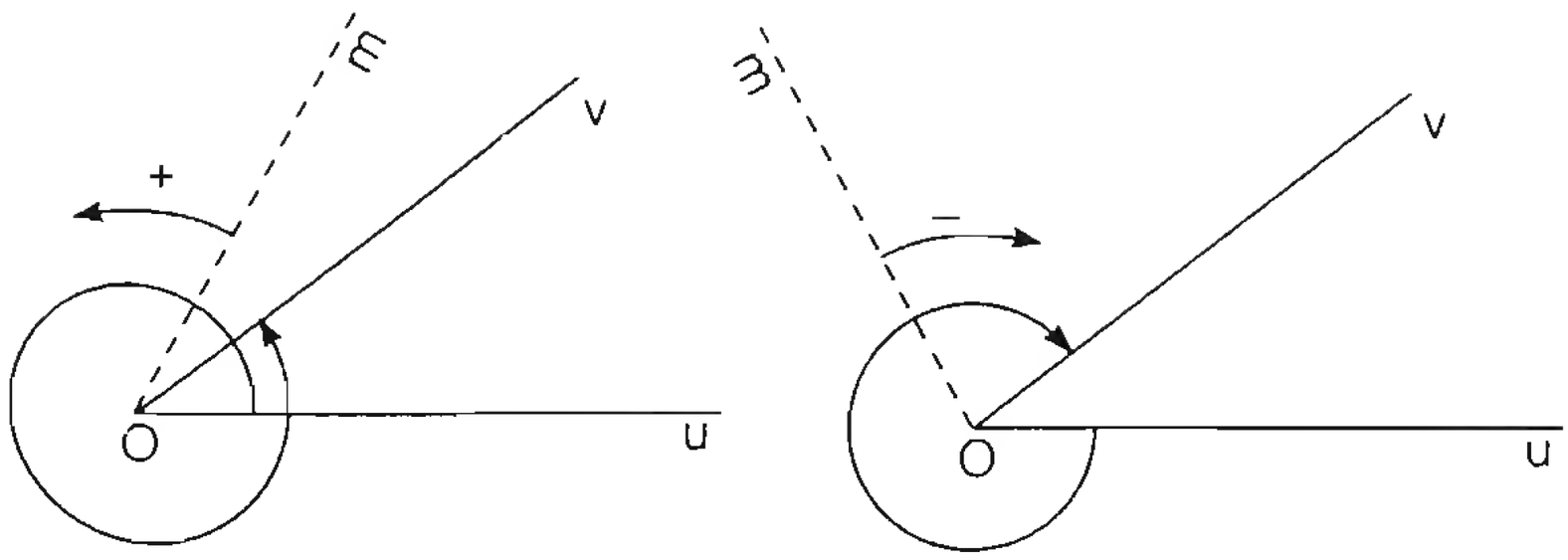
Độ	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Radian	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

HOẠT ĐỘNG 2

2. Góc và cung lượng giác

a) Khái niệm góc lượng giác và số đo của chúng

• GV treo hình 6.2 và nêu khái niệm chiều dương và chiều âm của góc quay.



a) b)

• GV nêu khái niệm góc lượng giác, tia đầu, tia cuối và kí hiệu góc lượng giác

• GV nêu ví dụ 2 treo hình 6.3 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Trên hình 6.3 a) lần đầu tiên tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu độ?

H2. Trên hình 6.3 a) lần thứ hai tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu độ?

H3. Trên hình 6.3 b) lần đầu tiên tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu độ?

H4. Trên hình 6.3 b) lần thứ hai tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu độ?

• Thực hiện **H3**.

GV treo hình 6.4

GV: Thực hiện thao tác này trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trên hình 6.4 lần đầu tiên tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu radian? **Câu hỏi 2** Trên hình 6.4 lần thứ hai tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu radian? **Câu hỏi 3** Trên hình 6.4 lần thứ ba tia Ov quay một góc lượng giác bao nhiêu radian?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{\pi}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{5\pi}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\frac{9\pi}{2}$

• Sau đó GV nêu tổng quát.

Tổng quát : Nếu một góc lượng giác có số đo a° *(hay* α *rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với nó có số đo* $a^\circ + k360^\circ$ *(hay* $\alpha + k2\pi$ *rad),* k *là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của* k.

• GV nêu ví dụ 3, sử dụng hình 6.5 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Nếu Ou là tia đầu thì góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo bao nhiêu?

H2. Nếu Ov là tia đầu thì góc lượng giác (Ov, Ou) có số đo bao nhiêu?

• GV nêu chú ý trong SGK.

b) Khái niệm cung lượng giác và số đo của chúng

• GV nêu khái niệm đường tròn định hướng, chiều dương và chiều âm.

• GV treo hoặc chiếu hình 6.6 lên bảng và nêu khái niệm cung lượng giác và kí hiệu:

Ta coi số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) là số đo của cung lượng giác $\overset{\frown}{UV}$ *tương ứng.*

Vậy các cung lượng giác $\overset{\frown}{UV}$ *có số đo* $\alpha + k2\pi$, *trong đó* $k \in \mathbb{Z}$, α *là số đo của một cung UV tuỳ ý trong các cung đó Mỗi cung ứng với một giá trị của* k.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Hệ thức Sa–lơ

• *Ta thừa nhận một hệ thức có dạng tương tự gọi là* ***hệ thức Sa–lơ*** *về số đo của góc lượng giác. Đó là một hệ thức quan trọng trong tính toán về số đo của góc lượng giác :*

Với ba tia tuỳ ý Ou, Ov, Ow, ta có

$$\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Từ hệ thức trên suy ra :

Với ba tia tuỳ ý Ox, Ou, Ov, ta có

$$sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Nếu chia đường tròn thành 360 phần bằng nhau thì mỗi cung tròn này có độ dài bằng $\frac{2\pi R}{360} = \frac{\pi R}{180}$ và có số đo 1° góc ở tâm chắn mỗi cung đó có số đo bằng 1°

Cung tròn bán kính R có số đo a° $(0 \le a \le 360)$ thì có độ dài

$$l = \frac{\pi aR}{180}$$

2. Cung tròn có độ dài bằng bán kính gọi là ***cung có số đo 1 rađian***, gọi tắt là cung 1 rađian. Góc ở tâm chắn cung 1 rađian gọi là ***góc có số đo 1 rađian*** gọi tắt là góc 1 rađian. 1 rađian còn viết tắt là 1 rad.

3.

Độ	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Rađian	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

4. Nếu một góc lượng giác có số đo a° (hay α rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với nó có số đo $a^\circ + k360^\circ$ (hay $\alpha + k2\pi$ rad), k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k.

5. Đường tròn định hướng là đường tròn trên đó chỉ ra chiều dương và chiều âm. Ngược chiều kim đồng hồ là chiều dương, cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm.

6. $đ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Cho góc lượng giác (OU, OV) có số đo : $\frac{\pi}{3}$

Các góc sau đây góc nào có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên.

(a) $\frac{12\pi}{5}$; (b) $\frac{7\pi}{3}$; (c) $\frac{15\pi}{2}$; (d) $\frac{150\pi}{5}$

Trả lời. Chọn (b).

2. Cho góc lượng giác (OU, OV) có số đo 1756^{o} các góc có số đo sau đây góc nào có cùng tia đầu, tia cuối với (OU, OV).

(a) 3452^{o} ; (b) 4636^{o} ; (c) 5722^{o} ; (d) 1344^{o}

Trả lời. Chọn (b).

3. Cung tròn có số đo là $\frac{5\pi}{4}$

Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

(a) 15^{o} ; (b) 172^{o} ; (c) 225^{o} ; (d) 360^{o}

Trả lời. Chọn (c).

4. Một cung tròn có số đo là 22536^{o}

Hãy chọn số đo radian của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

(a) $-\frac{\pi}{5}$; (b) $-\frac{22\pi}{6}$; (c) $\frac{37\pi}{4}$; (d) $125\pi+\frac{\pi}{5}$

Trả lời. Chọn (d).

5. Nếu một cung tròn có số đo là a^{o} thì số đo radian của nó là

(a) $180\pi a$; (b) $\frac{180\pi}{a}$; (c) $\frac{a\pi}{180}$; (d) $\frac{\pi}{180a}$.

Trả lời. Chọn (b).

6. Nếu một cung tròn có số đo là α radian thì số đo độ của nó là

(a) $\frac{\alpha.\pi}{180}$; (b) $\frac{\alpha.180}{\pi}$; (c) $\frac{\pi}{180.\alpha}$; (d) $\frac{18}{\pi\alpha}$

Trả lời. Chọn (a).

7. Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính.

Số đo radian của cung tròn đó là :

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4.

Trả lời. Chọn (b).

8. Một đường tròn có bán kính là 4 ; một cung tròn có số đo là $\frac{\pi}{3}$ rad. Độ dài của cung tròn đó là.

(a) $\frac{\pi}{12}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) 12π (d) $\frac{4\pi}{3}$

Trả lời. Chọn (d).

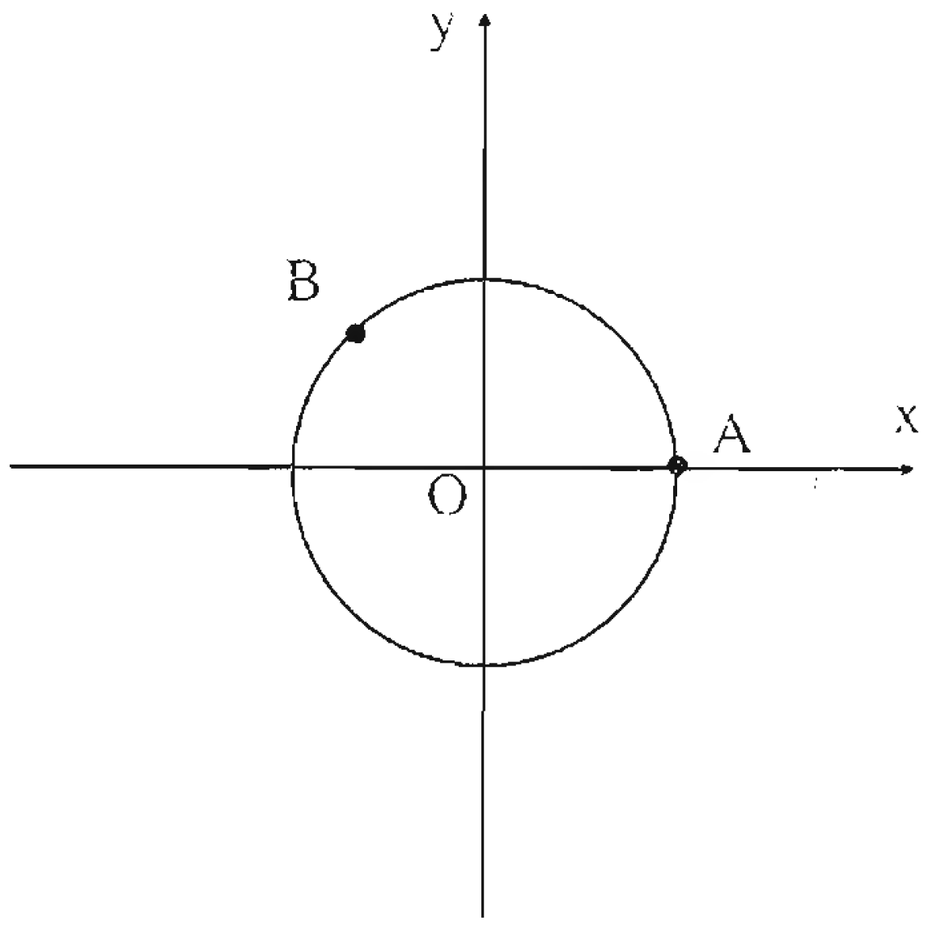
9. Hãy ghép đôi một số ở cột bên trái và một số cột ở bên phải để chỉ hai cung tròn có số đo bằng nhau.

(a) 30^o		(1) $\frac{\pi}{4}$
(b) 45^o		(2) $\frac{\pi}{2}$
(c) 60^o		(3) $\frac{\pi}{3}$
(d) 90^o		(4) $\frac{\pi}{6}$
(e) 120^o		(5) $\frac{2\pi}{3}$
(f) 135^o		(6) $\frac{3\pi}{4}$
(g) 150^o		(7) π
(h) 180^o		(8) $\frac{5\pi}{6}$

Trả lời.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
	(4)	(1)	(3)	(2)	(5)	(6)	(8)	(7)

10. Cho hình vẽ 6.1

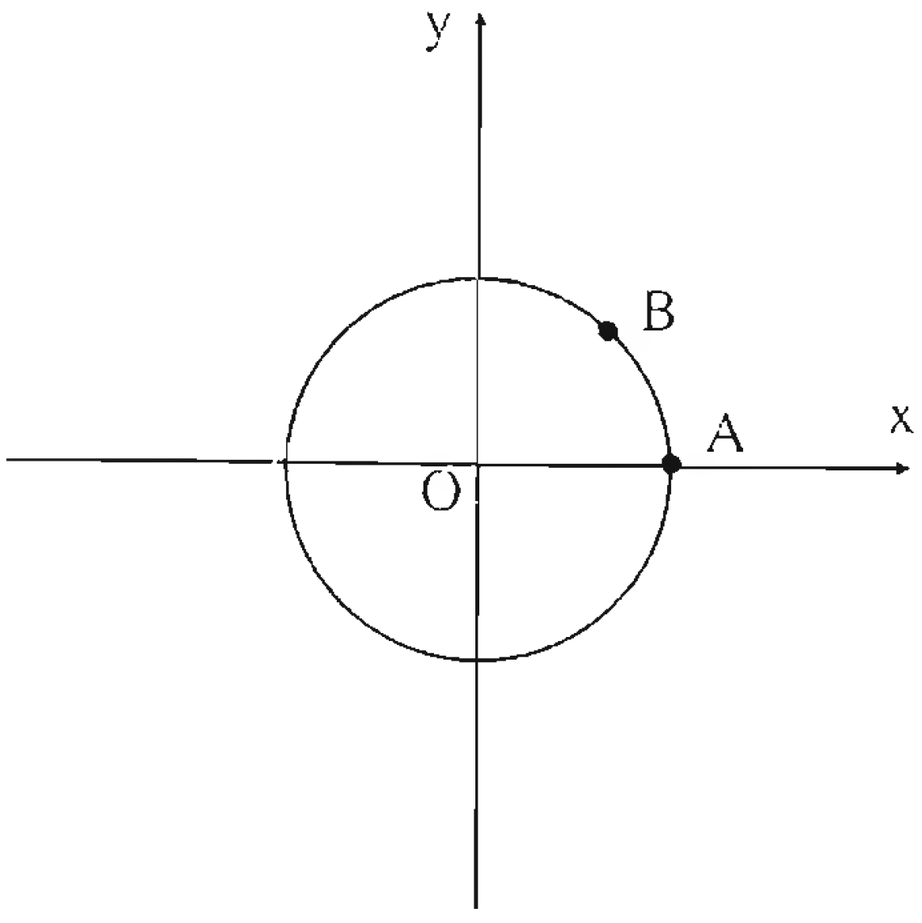


Cung $\overset{\frown}{AB}$ ở hình 6.1 chỉ một góc lượng giác là

(a) $-\dfrac{3\pi}{4}$ (b) $\dfrac{3\pi}{4}$ (c) $\dfrac{\pi}{2}$ (d) $-\dfrac{\pi}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

11. Cho hình vẽ 6.2 với $\widehat{AOB} = \dfrac{\pi}{2}$



Cung $\overset{\frown}{AB}$ ở hình 6.2 chỉ một góc lượng giác là

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $-\frac{3\pi}{2}$ (c) $\frac{5\pi}{4}$ (d) $-\frac{5\pi}{2}$

Trả lời. Chọn (a).

12. Các cặp góc lượng giác sau ở trên một đường tròn đơn vị có cùng tia đầu và tia cuối. Hãy chọn kết quả sai trong các kết quả sau :

(a) $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$; (b) $-\frac{\pi}{3}$ và $\frac{155\pi}{3}$;

(c) $\frac{\pi}{7}$ và $-\frac{230\pi}{7}$; (d) $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{5}$.

Trả lời. Chọn (d).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

Hướng dẫn. a) Sai ; b) Đúng ; c) Đúng; d) Đúng.

Bài 2.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

– Đường tròn định hướng.

Hướng dẫn. Trong 15 phút, mũi kim phút vạch cung tròn có số đo $\frac{\pi}{2}$ nên cung đó có độ dài $\frac{\pi}{2}$ $1,75 \approx 2,75(\text{m})$ và mũi kim giờ vạch cung tròn có số đo $\frac{\pi}{24}$ rad nên cung đó có độ dài $\frac{\pi}{24}$ $1,26 \approx 0,16(\text{m})$.

Bài 3.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

– Đường tròn định hướng.

– Công thức đổi độ thành radian và ngược lại.

Hướng dẫn.

Số đo độ	-60°	-240°	-135°	-960°	3100°	2448°
Số đo radian	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{16\pi}{3}$	$\frac{155\pi}{9}$	$\frac{68\pi}{5}$

Bài 4.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Công thức đổi độ tành radian và ngược lại.

Hướng dẫn.

$$21^\circ 30' = \frac{21,5.\pi}{180} \approx 0,375 \text{ (rad)};$$

$$75^\circ 54' = \frac{75,9.\pi}{180} \approx 1,325 \text{ (rad)} ;$$

$$2,5 \text{ rad} = \left(\frac{2,5.180}{\pi} \right)^\circ \approx 143^\circ 14' ;$$

$$\frac{2}{\pi} \text{ rad} = \left(\frac{\frac{2}{\pi}.180}{\pi} \right)^\circ = \left(\frac{360}{\pi^2} \right)^\circ \approx 36^\circ 29'$$

Bài 5.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

– Đường tròn định hướng.

Hướng dẫn.

Các góc có số đo tương ứng là $\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, $-\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $-\frac{\pi}{3}+k2\pi$, k $\in \mathbb{Z}$.

Bài 6.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

– Đường tròn định hướng.

– Chú ý rằng, hai góc hơn kém nhau k2π thì có cùng tia đầu và tia cuối.

Hướng dẫn.

a) Ta có $\frac{22\pi}{3}-\frac{10\pi}{3}=4\pi$ Vậy hai góc có cùng tia đầu tia cuối.

b) Ta có $645^{\circ}-(-435^{\circ})=3.360^{\circ}$ Vậy hai góc không có cùng tia cuối.

Bài 7.

Để làm bài tập này, HS cần ôn lại:

– Cung tròn và độ dài của nó.

– Góc và cung lượng giác.

– Đường tròn định hướng.

Hướng dẫn.

Các góc tương ứng là: $180^{o}.-120^{o}.-60^{o}.-60^{o}$

Luyện tập
(tiết 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Thông qua các bài tập luyện tập nhằm củng cố về: độ, rađian, công thức đổi độ và rađian.

Đường tròn định hướng, góc lượng giác và cung lượng giác.

Luyện tập về hệ thức Sa–lơ

2. Kĩ năng

Sử dụng thành thạo công thức đổi độ và rađian.

Biết nhận dạng hai góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối.

3. Thái độ

Rèn luyện tính cẩn thận, óc tư duy lôgic và tư duy hình học.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các kiến thức mà HS đã học ở lớp 9 để đặt câu hỏi.

Chuẩn bị một số hình vẽ trong SGK : Hình 6.9 và phấn màu,...

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về giá trị lượng giác của góc nhọn.

Cần ôn bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu khai niệm về đường tròn định hướng.

Câu hỏi 2

Nêu khái niệm góc lượng giác và cung lượng giác.

Câu hỏi 3

Nêu công thức đổi độ thành ra đian và ngược lại.

Câu hỏi 4

Nêu công thức tìm độ dài cung tròn.

Câu hỏi 5

Hai góc lượng giác sau đây có cùng tia đầu, hỏi chúng có cùng tia cuối hay không?

a) $\frac{44\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$

b) 1289° và 87°

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 8.

GV: Thực hiện thao tác này trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Mỗi góc ở tâm của ngũ giác đều có số đo bao nhiêu? **Câu hỏi 2** Cung $\overset{\frown}{A_0A_i}$ có số đo bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\frac{2\pi}{5}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** sđ $\overset{\frown}{A_0A_i} = i\frac{2\pi}{5} + k2\pi$ (hay $i.72^\circ + k360^\circ$).

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 9.

GV: Thực hiện thao tác này trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Góc có số đo dương nhỏ nhất cùng tia đầu và tia cuối với góc -90° là góc nào? **Câu hỏi 2** Góc có số đo dương nhỏ nhất cùng tia đầu và tia cuối với góc 1000° là góc nào? **Câu hỏi 3** Góc có số đo dương nhỏ nhất cùng tia đầu và tia cuối với góc $\frac{30\pi}{7}$ là góc nào? **Câu hỏi 4** Góc có số đo dương nhỏ nhất cùng tia đầu và tia cuối với góc $-\frac{15\pi}{11}$ là góc nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Góc 270° **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $1000 = 2.360 + 280$. Vậy góc đó là 280° **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $\frac{30\pi}{7} = 4\pi + \frac{2\pi}{7}$. Vậy góc đó là $\frac{2\pi}{7}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Ta có $-\frac{15\pi}{11} = -2\pi + \frac{7\pi}{11}$ Vậy góc đó là $\frac{7\pi}{11}$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 10.

GV: Thực hiện thao tác này trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Hình đầu tiên góc có số đo là bao nhiêu thoả mãn đề bài?	0^o
Câu hỏi 2 Hình thứ hai góc có số đo là bao nhiêu thoả mãn đề bài?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $-\frac{2\pi}{3}$
Câu hỏi 3 Hình thứ ba góc có số đo là bao nhiêu thoả mãn đề bài?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\frac{\pi}{3}$
Câu hỏi 4 Hình thứ tư góc có số đo là bao nhiêu thoả mãn đề bài?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\frac{3\pi}{4}$

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 11.

GV: Thực hiện thao tác này trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Ou và Ov vuông góc với nhau khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi (Ou, Ov) $= \frac{\pi}{2} + l2\pi$ hoặc $-\frac{\pi}{2} + l2\pi$
Câu hỏi 2 Góc đã cho có thoả mãn một trong hai góc trên hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $-\frac{\pi}{2} + t2\pi = \frac{\pi}{2} + (2t-1)\pi$. Vậy thỏ mãn.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 12.

Đây là bài toán thực tế, do đó GV hướng dẫn HS về nhà làm.

Cần ôn lại các công thức sau:

– Khái niện góc và cung lượng giác.

– Hai góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối.

Hướng dẫn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trong một giờ kim giờ quét một góc bao nhiêu? Kim phút quét một góc bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Kim giờ quét một góc $-\frac{\pi}{6}$. kim phút quét một góc -2π.
Câu hỏi 2 Trong t giờ kim giờ quét một góc bao nhiêu? Kim phút quét một góc bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Kim giờ quét một góc $-\frac{t\pi}{6}$. kim phút quét một góc $-t2\pi$.
Câu hỏi 3 Tìm số đo góc lượng giác do hai cung tạo nên sau t giờ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Góc đó có số đo là: $-2\pi + -\frac{t\pi}{6} + m2\pi = \left(-\frac{11t}{6} + 2m\right)\pi$.
Câu hỏi 4 Hai kim trùng nhau khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Khi $\left(-\frac{11t}{6} + 2m\right)\pi = n2\pi$, do đó $t = \frac{12k}{11}$. $k \in Z$.
Câu hỏi 5 Hai kim đối nhau khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5**

	Khi $\left(-\frac{11t}{6}+2m\right)\pi=(2n-1)\pi$, do đó $t=\frac{6}{11}(2k+1)$, k $\in$ Z, từ đó suy ra k = 0, 1, 2,..., 10.

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 13.

Cần ôn lại các công thức sau:

– Khái niệm góc và cung lượng giác.

– Hai góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối.

Hướng dẫn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hai góc có cùng tia đầu, chúng có cùng tia cuối khi nào? **Câu hỏi 2** Hai góc trên có thể có cùng tia đầu và tia cuối hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi hiệu hai góc có dạng k2π. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $\frac{35\pi}{3}-\frac{m\pi}{5}=k2\pi\Leftrightarrow 35.5=3m+30k$ Điều này không xảy ra vì vế phải chia hết cho 3, còn vế trái thì không.

§2. Giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác (tiết 4, 5, 6)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS

Nắm vững các giá trị lượng giác của một góc bất kì.

Nắm được các hằng đẳng thức lượng giác.

Nắm được mối quạn hệ của các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

Nắm được ý nghĩa hình học của tang và côtang.

2. Kĩ năng

Tính được các giá trị lượng giác của các góc.

Biết cách vận dụng linh hoạt các hằng đẳng thức lượng giác.

Biết áp dụng các công thức trong việc giải các bài tập.

3. Thái độ

Rèn luyện tính cẩn thận, óc tư duy lôgic và tư duy hình học.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các kiến thức mà HS đã học ở lớp 9 để đặt câu hỏi.

Chuẩn bị một số hình vẽ trong SGK, phấn màu,...

Chuẩn bị một số bảng trong SGK.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về giá trị lượng giác của góc nhọn.

Cần ôn bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 2 tiết :

Tiết 1 : Phần 1 và phần 2

Tiết 2 : Phần 3 và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Cho tam giác vuông ABC, vuông tại A.

Câu hỏi 1

Cho tam giác vuông ABC, vuông tại A.

a) Hãy nêu công thức tính sinB

b) Hãy nêu công thức tính sinC

c) Hãy nêu công thức tính cosB.

d) Tính $\cos^2 B + \sin^2 B$

Câu hỏi 2

Chứng minh rằng

a) $\tan B = \dfrac{\sin B}{\cos B}$;

b) $\cot B = \dfrac{\cos B}{\sin B}$

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Đường tròn lượng giác

a) Định nghĩa

• GV nêu định nghĩa đường tròn lượng giác:

Đường tròn lượng giác *là một đường tròn đơn vị (bán kính bằng 1), định hướng, trên đó có một điểm A gọi là điểm gốc*

GV có thể cho HS nhắc lại chiều của đường tròn định hướng.

b) Tương ứng giữa số thực và điểm trên đường tròn lượng giác

• GV nêu khái niệm tương ứng này

Điểm M thuộc đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = \alpha$ gọi là điểm xác định bởi số α (hay bởi cung α, hay bởi góc α).

Nhận xét ngay rằng, nếu điểm M xác định bởi số α thì nó cũng xác định bởi các số $\alpha + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

• Thực hiện **H1** .

GV treo hình 6.10 và thực hiện HĐ.

GV: *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Khi trải đường tròn lượng giác trên trục số thực, điểm nào trên At trùng với A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điểm 0 (điểm A).
Câu hỏi 2 Khi trải đường tròn lượng giác trên trục số thực, điểm nào trên At trùng với A'.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Điểm π.
Câu hỏi 3 Hai điểm tuỳ ý trên đường tròn lượng giác đối xứng nhau thì trên trục số cách nhau bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Hệ toạ độ gắn với đường tròn lượng giác

• GV nêu khái niệm hệ toạ độ gắn với đường tròn lượng giác.

Cho đường tròn lượng giác tâm O, điểm gốc A. Hệ toạ độ vuông góc Oxy sao cho tia Ox trùng với tia OA, góc lượng giác (Ox, Oy) là góc $+\frac{\pi}{2}$ được gọi là hệ toạ độ vuông góc gắn với đường tròn lượng giác đó.

Sau đó treo hình 6.11 và đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Nêu toạ độ của A, A' B, B'.

H2. Chỉ ra điểm M mà AM biểu diễn số : π, $\frac{\pi}{2}$

• Thực hiện **H2**

GV: Thực hiện thao tác này trong 3 phút.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Nhận xét gì về dấu của các toạ đ của M.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Các toạ độ đều có dấu âm.
Câu hỏi 2 Tìm các toạ độ của M.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $M(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2})$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Giá trị lượng giác của sin và côsin

a) Định nghĩa

• GV treo hình 6.12 và đưa ra định nghĩa:

Hoành độ x của M được gọi là ***côsin*** *của góc lượng giác (Ou, Ov) hay của α và kí hiệu*

$$cos(Ou, Ov) = cos\alpha = x.$$

Tung độ y của M được gọi là ***sin*** *của góc lượng giác (Ou, Ov)*

hay của α và kí hiệu

$$sin(Ou, Ov) = sin\alpha = y.$$

• Nếu sđ(Ou, Ov) = a^o thì ta cũng viết

$$\cos(Ou, Ov) = \cos a^o \qquad \sin(Ou, Ov) = \sin a^o$$

• GV nêu ví dụ 1, sử dụng hình .13, 6.14 và đặt câu hỏi:

H1. xác định điểm M biểu diễn các góc trên.

H2. Tìm sin và côsin của các góc đó.

• GV nêu ý nghĩa của trục sin và trục côsin bởi chú ý trong sách

• Thực hiện **H3**. Sử dụng tiếp hình 6.12.

GV: *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Tìm điểm M để (OA, OM)= α và sinα = 0. **Câu hỏi 2** Khi đó hãy tìm cosα. **Câu hỏi 3** Tìm điểm M để (OA, OM)= α và cosα. **Câu hỏi 4** Khi đó hãy tìm cosα.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** M trùng với A và A' **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi M ≡ A thì cosα = 1, khi M ≡ A' thì cosα =−1. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** M trùng với B và B'. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Khi M ≡ B thì cosα = 1, khi M ≡ B' thì cosα =−1.

b) Tính chất

• GV nêu các tính chất:

1) Vì các góc lượng giác $\alpha + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ *cùng xác định một điểm M trên đường tròn lượng giác, nên*

$cos(\alpha + k2\pi) = cos\alpha$; $sin(\alpha + k2\pi) = sin\alpha$.

2) Với mọi α, *ta luôn có*

$-1 \le cos\ \alpha \le 1$; $-1 \le sin\ \alpha \le 1$

3) Vì $OH^2 + OK^2 = OM^2 = 1$ *(h.6.11) nên*

$$cos^2\alpha + sin^2\ \alpha = 1$$

• Thực hiện **H4** . Sử dụng tiếp hình 6.12.

GV: *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 M thuộc nửa mặt phẳng nào thì cosα < 0. **Câu hỏi 2** M thuộc nửa mặt phẳng nào thì cosα > 0. **Câu hỏi 3** Tìm dấu của sin3. **Câu hỏi 4** Tìm dấu của cos3.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** M ∈ mp(BA'B'). **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** M ∈ mp(BAB'). **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Dấu dương. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Dấu âm.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Giá trị lượng giác của tang và côtang

a) Định nghĩa

• GV nêu các định nghĩa:

Nếu $\cos\alpha \neq 0$ *(tức* $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$*) thì tỉ số* $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ *được gọi là* ***tang*** α*, kí hiệu là* $\tan\alpha$ *(người ta còn dùng kí hiệu* $tg\alpha$*).*

Vậy

$$\tan(Ou, Ov) = \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Nếu $\sin\alpha \neq 0$ *(tức* $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}$*) thì tỉ số* $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ *được gọi là* ***côtang*** α*, kí hiệu là* $\cot\alpha$ *(người ta còn dùng kí hiệu* $\cot g\alpha$*).*

Vậy

$$\cot(Ou, Ov) = \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Khi sđ $(Ou, Ov) = a^\circ$ *ta cũng viết*

$\tan(Ou, Ov) = \tan a^\circ$; $\cot(Ou, Ov) = \cot a^\circ$

GV đưa ra ví dụ 2 và đặt các câu hỏi sau để thực hiện

H1. Tìm $\sin\frac{\pi}{3}$ và $\cos\frac{\pi}{3}$

H2. Tìm $\tan\frac{\pi}{3}$

H3. Tìm $\sin 225^o$ và $\cos 225^o$

H4. Tìm $\tan 225^o$

b) Ý nghĩa hình học

• GV sử dụng hình 6.15 và 6.16 và nêu ý nghĩa hình học của tang và côtang. KHái niệm trục tang và trục côtang. Sau đó đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Xác định các góc α (điểm M thuộc góc phần tư nào) để $\tan\alpha > 0$.

H2. Xác định các góc α (điểm M thuộc góc phần tư nào) để $\tan\alpha < 0$.

H3. Xác định các góc α (điểm M thuộc góc phần tư nào) để $\cot\alpha > 0$.

H4. Xác định các góc α (điểm M thuộc góc phần tư nào) để $\cot\alpha < 0$.

• GV nêu ví dụ 3 và đặt các câu hỏi sau để thực hiện

H1. Tìm $\sin(-45^o)$ và $\cos(-45^o)$.

H2. Tìm $\tan(-45^o)$

H3. Tìm $\sin\frac{7\pi}{6}$ và $\cos\frac{7\pi}{6}$

H4. Tìm $\tan\frac{7\pi}{6}$.

Thực hiện **H5**

•***GV:*** *Thực hiện thao tác này trong 3 phút.*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 M thuộc góc phần tư nào thì $\tan\alpha > 0$. **Câu hỏi 2** M thuộc góc phần tư nào thì $\cot\alpha < 0$. **Câu hỏi 3** Dấu của $\tan\alpha$ và $\cot\alpha$ trong mỗi góc phần tư trên như thế nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** M thuộc góc I và III. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** M thuộc góc II và IV **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Cùng dấu.

c) Tính chất

• GV nêu các tính chất của tang và côtang.

1) Với mọi $k \in \mathbb{Z}$, *ta có*

$\tan(\alpha + k\pi) = \tan\alpha$, $\cot(\alpha + k\pi) = \cot\alpha$.

2) Khi $\sin\alpha.\cos\alpha \neq 0$ *(tức khi* $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$*), ta có*

$$cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

3) Khi $cos\alpha \neq 0$, $\quad 1 + tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

Khi $sin\alpha \neq 0$, $\quad 1 + cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

HOẠT ĐỘNG 4

1. Tìm giá trị lượng giác của một góc

• GV cho HS tính giá trị lượng giác của các góc đặc biệt sau và điền vào ô trống:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$					
$\cos\alpha$					
$\tan\alpha$					
$\cot\alpha$					

• Nêu ví dụ 4 và đặt các câu hỏi sau:

H1. Với mỗi giá trị của $\sin\alpha$ thì có mấy giá trị của $\cos\alpha$?

H2. Giải bài toán trên.

• GV nêu ví dụ 5 và đặt các câu hỏi sau:

H1. Với mỗi giá trị của $\tan\alpha$ thì có mấy giá trị của $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$?

H2. Giải bài toán trên.

• GV nêu chú ý trong SGK và tóm tắt bài học.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Đường tròn lượng giác** là một đường tròn đơn vị (bán kính bằng 1), định hướng, trên đó có một điểm A gọi là điểm gốc

2. Điểm M thuộc đường tròn lượng giác sao cho (OA, OM) = α gọi là *điểm xác định bởi số* α (hay bởi cung α, hay bởi góc α).

3. Trên đường tròn lượng giác cho cung $\overset{\curvearrowright}{AM}$ có sđ $\overset{\curvearrowright}{AM} = \alpha$

$\sin\alpha = \overline{OK}$; $\cos\alpha = \overline{OH}$;

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \; ; \; \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

2. Tính chất

$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha, \forall k \in \mathbb{Z}$;

$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos\alpha, \forall k \in \mathbb{Z}$

$-1 \le \sin\alpha \le 1$; $-1 \le \cos\alpha \le 1$.

Giá trị lượng giác \ Phần tư	I	II	III	IV
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\tan\alpha$	+	−	+	−
$\cot\alpha$	+	−	+	−

3. $\tan\alpha = \overline{AT}$; $\cot\alpha = \overline{BS}$.

4. Hằng đẳng thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $\alpha \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \; k \in \mathbb{Z}$

$1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$, $\alpha \ne k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$, $\alpha \ne \dfrac{k\pi}{2}, \; k \in \mathbb{Z}$.

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Hãy ghép đôi một phương án ở cột bên trái và một phương án ở cột bên phải để được hai giá trị bằng nhau.

(a) $\tan\alpha$		(1) $\sin\alpha$
(b) $\cot\alpha$		(2) $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
(c) $\sin(\alpha + k2\pi)$		(3) $\cos\alpha$
(d) $\cos(\alpha + k2\pi)$		(4) $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Trả lời.

(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(4)	(1)	(2)

2. Hãy chọn kết quả **sai** trong các kết quả sau đây:

(a) $-1 \le \sin\alpha \le 1$; (b) $-1 \le \cos\alpha \le 1$;

(c) $\tan\alpha$ xác định $\forall\ \alpha \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$;

(d) Tất cả các câu trên đều sai.

Trả lời. Chọn (d).

3. Hãy điền dấu của các giá trị lượng giác vào bảng sau.

	I	II	III	IV
$\cos\alpha$				
$\sin\alpha$				
$\tan\alpha$				
$\cot\alpha$				

Trả lời.

Giá trị lượng giác \ Phần tư	I	II	III	IV
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\tan\alpha$	+	−	+	−
$\cot\alpha$	+	−	+	−

4. Hãy điền các giá trị lượng giác vào bảng sau.

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\alpha$									
$\cos\alpha$									
$\tan\alpha$									
$\cot\alpha$									

Trả lời.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot\alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

5. Giả sử các biểu thức lượng giác sau có nghĩa.

Hãy ghép 1 biểu thức ở cột bên trái và một biểu thức ở cột bên phải để được một đẳng thức lượng giác.

(a) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$		(1) $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
(b) $1 + \tan^2\alpha$		(2) 1
		(3) $\cot\alpha$
(c) $1 + \cot^2\alpha$		(4) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
(d) $\dfrac{1}{\text{tg}\alpha}$		

Trả lời.

(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(1)	(4)	(3)

6. $\sin 120^\circ$ bằng

(a) $-\dfrac{1}{2}$;

(b) $\dfrac{1}{2}$;

(c) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

(d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

7. $\cos 150^\circ$ bằng

(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

(b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

(c) $-\dfrac{1}{2}$;

(d) $\dfrac{1}{2}$

Trả lời. Chọn (c).

8. $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ bằng

(a) $\sqrt{3}$;

(b) $-\sqrt{3}$;

(c) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$;

(d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Trả lời. Chọn (b).

9. $\cot\left(\frac{157\pi}{3}\right)$ bằng

(a) $\sqrt{3}$;

(b) $-\sqrt{3}$;

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

(d) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Trả lời. Chọn (c).

10. $\sin\left(-\frac{105\pi}{6}\right)$ bằng

(a) 0;

(b) 1;

(c) -1 ;

(d) $\frac{1}{2}$;

Trả lời. Chọn (c).

11. Cho $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Hãy tìm giá trị đúng của $\cos\alpha$ trong các giá trị sau đây :

(a) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

(b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

(c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$;

(d) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

Trả lời. Chọn (a).

12. Cho $\tan\alpha = 12$. $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

Hãy chọn kết quả đúng $\sin\alpha$ trong các kết quả sau đây.

(a) $\frac{1}{\sqrt{145}}$;

(b) $-\frac{1}{\sqrt{145}}$;

(c) $\frac{12}{\sqrt{145}}$;

d) $-\frac{12}{\sqrt{145}}$

Trả lời. Chọn (b).

13. $\tan\alpha + \cot\alpha$ bằng

(a) $\frac{2}{\sin\alpha\cos\alpha}$;

(b) $\frac{-2}{\sin\alpha\cos\alpha}$;

(c) $\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$;

(d) $-\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$

Trả lời. Chọn (c).

Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả trên.

14. Cho $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Khi đó $\sin\alpha$ là

(a) $\frac{2\sqrt{2}}{8}$;

(b) $-\frac{2\sqrt{2}}{8}$;

(c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

(d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Trả lời. Chọn (b).

15. Cho $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, khi đó $\cot\alpha$ là

(a) -4;

(b) 4;

(c) $-\sqrt{15}$; (d) $\sqrt{15}$

Trả lời. Chọn (d).

16. Cho $\tan\alpha = 4$. Giá trị biểu thức $\dfrac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{4\sin\alpha - 5\cos\alpha}$ bằng

(a) 11; (b) 2; (c) 3; (d) -11.

Trả lời. Chọn (d).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 14.

Để giải bài tập này HS cần nhớ lại:

– Giá trị lượng giác của một góc.

– Dấu của các giá trị lượng giác.

Hướng dẫn.

a) Sai, chẳng hạn $\alpha = -\dfrac{7\pi}{4}$ thì $\cos\alpha$ và $\sin\alpha$ đều dương.

b) Sai, chẳng hạn $\alpha = \dfrac{5\pi}{4}$ thì $\sin\alpha < 0$.

c) Chú ý rằng : Trên đường tròn hai điểm biểu diễn hai cung α và β trùng nhau khi và chỉ khi $\alpha - \beta = k2\pi$.

Sai, trên đường tròn lượng giác các điểm biểu diễn các số $\dfrac{\pi}{4}$. $-\dfrac{7\pi}{4} = -2\pi + \dfrac{\pi}{4}$.

$-\dfrac{71\pi}{4} = -9.2\pi + \dfrac{\pi}{4}$ là trùng nhau nhưng không trùng với điểm biểu diễn số $\dfrac{13\pi}{4} = 3\pi + \dfrac{\pi}{4}$

d) Đúng, vì $\cos^2 45^\circ = \dfrac{1}{2}$;

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}.\frac{1}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\ ;$$

$$-\sin 210^\circ = -\sin(180^\circ + 30^\circ) = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

e) Sai, vì $\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;

$\sin\left(\frac{5\pi}{6} + 1505\pi\right) = \sin\left(1506\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

g) Đúng, vì chỉ cần dựng lục giác đều nội tiếp đường tròn lượng giác với một đỉnh là A và quan sát (xem lại bài tập 5).

Bài 15.

GV: Hướng dẫn giải câu a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Xác định dấu của $\cos\alpha$. **Câu hỏi 2** Xác định M thoả mãn bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos\alpha > 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** M thuộc các góc I hoặc IV

Trả lời các câu còn lại

b) Ta có $\sqrt{\sin^2\alpha} = \sin\alpha$ khi và chỉ khi $\sin\alpha \geq 0$ tức là M nằm ở nửa mặt phẳng bên trên trục hoành (kể cả trục hoành) hay M nằm trên nửa đường tròn lượng giác bên trên trục hoành (kể cả mút).

c) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha \geq 0 \\ \cos\alpha \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ M nằm ở nửa mặt phẳng bên trên trục hoành (kể cả trục hoành) nhưng không nằm trên trục tung $\Leftrightarrow$ M nằm trên nửa đường tròn lượng giác bên trên trục hoành (kể cả mút) nhưng bỏ điểm B (0 ; 1).

Bài 16.

GV: Hướng dẫn giải câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định M biểu diễn các góc lượng giác trên. **Câu hỏi 2** Xác định dấu của các giá trị trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** M thứ tự thuộc các góc: II, IV II, và II. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Dấu tương ứng là : –, +, –, –

Trả lời các câu còn lại

b) Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên :

$0 < \alpha + \frac{\pi}{4} < \pi$ từ đó $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) > 0$;

$-\frac{\pi}{2} < \alpha - \frac{3\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$. từ đó $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) > 0$;

$-\frac{\pi}{2} < \alpha - \frac{\pi}{2} < 0$. từ đó $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) < 0$

Bài 17.

Để giải bài tập này, HS cần nắm chắc khái niệm:

– Tính chất của các góc lượng giac.

– Các giá trị lượng giác.

Hướng dẫn.

a) $-\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ nên đưa về tính

$\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$; $\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$; $\cot\frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\cos k\pi = (-1)^k$; $\sin k\pi = 0$; $\tan k\pi = 0$; $\cot k\pi$ không xác định ($k \in \mathbf{Z}$).

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = 0$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = (-1)^k$;

$\tan\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ không xác định ; $\cot\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = 0$ ($k \in \mathbf{Z}$).

d) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = (-1)^k \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = (-1)^k \frac{\sqrt{2}}{2}$;

Bài 18.

Để giải bài tập này, HS cần nắm chắc khái niệm:

– Tính chất của các góc lượng giac.

– Các giá trị lượng giác.

– Tính chất các giá trị lượng giác và dấu của chúng.

Hướng dân.

a) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$. $\sin\alpha < 0$ thì

$\sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\tan\alpha = -\sqrt{15}$; $\cot\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$

b) $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ thì $\cos\alpha < 0$,

$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\tan\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $\cot\alpha = 2\sqrt{2}$.

c) $\tan\alpha = \frac{1}{2}$. $-\pi < \alpha < 0$ thì

$-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ $\cos\alpha < 0$; $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

$$\sin\alpha = \tan\alpha.\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \quad ; \ \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = 2.$$

Bài 19.

Để giải bài tập này, HS cần nắm chắc khái niệm:

– Tính chất của các góc lượng giác.

– Các giá trị lượng giác.

– Tính chất các giá trị lượng giác và dấu của chúng.

Hướng dẫn.

a) $|\sin\alpha|$, b) 0, c) $\tan^2\alpha$.

Luyện tập
(tiết 6)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS thông qua các bài tập luyện tập:

• Nắm vững các giá trị lượng giác của một góc bất kì.

Nắm được các hằng đẳng thức lượng giác tính chất của các giá trị lượng giác.

Nắm được cách xác định dấu của các giá trị lượng giác.

Nắm được ý nghĩa hình học của tang và côtang.

2. Kĩ năng

Tính được các giá trị lượng giác của các góc.

Biết cách vận dụng linh hoạt các công thức đơn giản.

Biết áp dụng các công thức trong việc giải các bài tập.

3. Thái độ

Rèn luyện tính cẩn thận, óc tư duy lôgic và tư duy hình học.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các kiến thức để đặt câu hỏi.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về giá trị lượng giác của góc nhọn.

Cần ôn bài 1 và 2.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Xác định dấu của các giá trị sau:

a) $\sin 1795^\circ$; $\cos 3387^\circ$ $\tan(-16543298^\circ)$.

b) $\sin 187654\pi$; $\cos\frac{142390\pi}{3}$. $\tan(-\frac{13276\pi}{5})$.

Câu hỏi 2

Điền vào chỗ trống trong bảng sau:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$					
$\cos\alpha$					
$\tan\alpha$					
$\cot\alpha$					

Câu hỏi 3

Cho $\sin\alpha = \frac{1}{5}$. $\alpha \in (0\ ;\ \frac{\pi}{2})$. tính $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 20.

GV chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm giải rồi cử đại diện điền vào bảng sau

α	225°	-225°	750°	-510°	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{10\pi}{3}$	$-\frac{17\pi}{3}$

$\sin\alpha$								
$\cos\alpha$								
$\tan\alpha$								
$\cot\alpha$								

Đáp số.

α	225°	-225°	750°	-510°	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{10\pi}{3}$	$-\frac{17\pi}{3}$
$\sin\alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	1	-1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	1	-1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 21.

GV cho HS điền vào bảng sau

α	I	II	III	IV
$\sin\alpha$				
$\cos\alpha$				
$\tan\alpha$				
$\cot\alpha$				

Sau đó đưa ra các câu hỏi

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Trong góc phần tư nào thì $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$ cùng dấu? **Câu hỏi 2** Trong góc phần tư nào thì $\sin\alpha$ và $\tan\alpha$ khác dấu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Góc I và III. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** II và IV

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 22.

Sau đó đưa ra các câu hỏi

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Sử dụng hằng đẳng thức hãy biến đổi vế trái và chứng minh a) **Câu hỏi 2** Sử dụng hằng đẳng thức hãy biến đổi vế trái và chứng minh b) **Câu hỏi 3** Sử dụng hằng đẳng thức lượng	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV tự hướng dẫn HS chứng minh. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

giác : $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$ hãy biến đổi vế trái và chứng minh c).	GV tự hướng dẫn HS chứng minh.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 23.

Sau đó đưa ra các câu hỏi

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Sử dụng hằng đẳng thức lượng giác : $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ hãy biến đổi vế trái và rút gọn a).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đáp số: 3
Câu hỏi 2 Sử dụng hằng đẳng thức lượng giác : $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ hãy biến đổi vế trái và rút gọn b).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Đáp số: -1.
Câu hỏi 3 Sử dụng hằng đẳng thức lượng giác rút gon c)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Đáp số: -1.

§3. Giá trị lượng giác của các góc (cung) có liên quan đặc biệt (tiết 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

Biết được mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt: Hai góc bù nhau, hai góc đối nhau, hai góc phụ nhau, hai góc hơn kém nhau góc π hoặc góc $\frac{\pi}{2}$

Từ các mối liên hệ trên có thể suy ra một số công thức khác.

2. Kĩ năng

Sử dụng các công thức để tìm các giá trị lượng giác.

Vận dụng giải các bải tập về tìm giá trị lượng giác

3. Thái độ

Phát triển tư duy trong quá trình giải bài tập lượng giác.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các câu hỏi và ví dụ, bài tập.

Chuẩn bị các hình vẽ: 6.20, 6.21, 6.22, 6.23, 6.24 và một số bảng để treo khi thực hiện bài học.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về bài 1, bài 2 xem lại các HĐ và các ví dụ.

Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các hằng đẳng thức lượng giác đơn giản.

Câu hỏi 2

Điền vào ô trống sau:

α	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin\alpha$	...	...	...	...
$\cos\alpha$	...	...	...	...
$\tan\alpha$	...	...	...	....
$\cot\alpha$	...	...	...	...

B. BÀI MỚI

• Thực hiện **H1** Sử dụng các hình từ 6.20 đến 6.23.

GV thực hiện trong 5

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Trong hình 6.20 em có nhận xét gì và vị trí của M và N đối với Ox. **Câu hỏi 2** Trong hình 6.21 em có nhận xét gì về vị trí của M và N đối với O. **Câu hỏi 3** Trong hình 6.22 em có nhận xét gì và vị trí của M và N đối với Oy.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** M và N đối xứng qua Ox, nên $\cos\alpha = \cos(-\alpha)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** M và N đối xứng qua O, hoành độ của chúng là hai số đối nhau và tung độ của chúng là hai số đối nhau. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** M và N đối xứng qua Oy, tung độ

Câu hỏi 4 Trong hình 6.23 em có nhận xét gì và vị trí của M và N đối với đường phân giác của góc I.	của chúng là hai số bằng nhau và hoành độ của chúng là hai số đối nhau. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** M và N đối xứng qua đường phân giác này, nên tung độ của điểm này là hoành độ của điểm kia.

HOẠT ĐỘNG 1

1. Hai góc bù nhau

• GV sử dụng hình 6.20, hoạt động trên và đưa ra công thức :

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$;

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$.

Sau đó đưa ra các câu hỏi nhằm củng cố:

H1. Tìm $\cos(-2205^\circ)$.

H2. Tìm $\sin(-2205^\circ)$.

H3. Tìm $\tan(-2205^\circ)$.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Hai góc hơn kém nhau π

• GV sử dụng hình 6.21, hoạt động trên và đưa ra công thức :

$\sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha$; $\cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha$

$\tan(\alpha + \pi) = \tan\alpha$; $\cot(\alpha + \pi) = \cot\alpha$.

Sau đó đưa ra các câu hỏi nhằm củng cố:

H1. Tìm $\cos\dfrac{5\pi}{4}$.

H2. Tìm $\sin\dfrac{5\pi}{4}$

H3. Tìm $\tan\frac{5\pi}{4}$.

HOẠT ĐỘNG 3

1. Hai góc bù nhau

• GV sử dụng hình 6.22, hoạt động trên và đưa ra công thức :

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha\ ;\quad \cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha\ ;\ \cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha.$$

Sau đó đưa ra các câu hỏi nhằm củng cố:

H1. Tìm $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

H2. Tìm $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

H3. Tìm $\tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

HOẠT ĐỘNG 4

1. Hai góc phụ nhau

• GV sử dụng hình 6.22, hoạt động trên và đưa ra công thức :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha\ ;\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha\ ;\quad \cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha.$$

Sau đó đưa ra các câu hỏi nhằm củng cố:

H1. Tìm $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{4}\right)$.

H2. Tìm $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{4}\right)$.

H3. Tìm $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{4}\right)$.

• GV đưa ra nhận xét trong SGK.

• GV nêu ví dụ trong SGK sau đó đưa ra các câu hỏi sau để thực hiện

H1. Chứng minh các công thức sau:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha ; \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha ;$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha ; \qquad \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan\alpha.$$

H2. Tính $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$

H3. Chứng minh :

$$\tan 10^\circ \tan 20^\circ \tan 30^\circ \tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 60^\circ \tan 70^\circ \tan 80^\circ =$$

$$= (\tan 10^\circ \tan 80^\circ).(\tan 20^\circ \tan 70^\circ).(\tan 30^\circ \tan 60^\circ).(\tan 40^\circ \tan 50^\circ) = 1$$

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Hai góc đối nhau

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha ; \qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha;$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha ; \qquad \cot(-\alpha) = -\cot\alpha.$$

2. α và $\pi + \alpha$ là hai góc hơn kém nhau một goác π và

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha ; \cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha$$

$$\tan(\alpha + \pi) = \tan\alpha ; \cot(\alpha + \pi) = \cot\alpha.$$

3. Hai góc có tổng bằng π gọi là hai góc bù nhau và

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha ; \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha ; \cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha.$$

4. Hai góc có tổng bằng $\frac{\pi}{2}$ gọi là hai góc phụ nhau và

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha\ ;\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha\ ;\quad \cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha.$$

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy chọn kết quả đúng trong các bài tập sau

1. $\cos\alpha+2\cos(-\alpha)$ bằng

(a) 0; (b) $3\cos\alpha$;

(c) $-2\cos\alpha$; (d) 1.

Trả lời. Chọn (b).

2. $2\cos\alpha-\cos(-\alpha)$ bằng

(a) 0; (b) $\cos\alpha$;

(c) $-2\cos\alpha$; (d) 1.

Trả lời. Chọn (b).

3. $2\sin\alpha+\sin(-\alpha)$ bằng

(a) 0; (b) $2\sin\alpha$;

(c) $\sin 2\alpha$; (d) $\sin\alpha$.

Trả lời. Chọn (d).

4. $3\tan\alpha-2\tan(-\alpha)$ bằng

(a) 0; (b) $5\tan\alpha$;

(c) $-2\tan\alpha$; (d)$\tan 2\alpha$.

Trả lời. Chọn (b).

5. $\sin^2(\pi-\alpha)+\cos^2(\pi+\alpha)$ bằng

(a) 0; (b) 1;

(c) -1; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (b).

6. $\cos^2(\pi - \alpha) - \cos^2\alpha$ bằng

(a) 0; (b) 1;

(c) -1; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (a).

7. $\tan^2(\pi - \alpha) - \tan^2\alpha$ bằng

(a) 1; (b) 0;

(c) -1; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (b).

8. $\sin\frac{\pi}{5} + \cos\frac{\pi}{5} - \sin\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + 1$ bằng

(a) 0; (b) 1;

(c) -1; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (b).

9. $\sin\frac{\pi}{15} - \cos\frac{13\pi}{30}$ bằng

(a) 0; (b) 1;

(c) -1; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (a).

10. $\sin\frac{\pi}{5} + \cos\frac{\pi}{5} - \sin\frac{3\pi}{10} - \cos\frac{3\pi}{10}$ bằng

(a) 0; (b) 2;

(c) -2; (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (a).

11. $\sin\alpha + \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) - \cos\alpha + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ bằng

(a) 0; (b) 2;

(c) −2: (d) một số khác.

Trả lời. Chọn (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 24.

Để giải bài tập này HS cần ôn tập lại toàn bộ các công thức về mối quan hệ của các góc có liên quan đặc biệt.

Hướng dẫn.

a) Sai. Khi đổi dấu α, cosα không đổi còn tgα đổi dấu.

b) Sai. Chẳng hạn $\alpha = \frac{\pi}{2}$ thì $2\sin\alpha = 2$ còn $\sin 2\alpha = 0$.

c) Đúng, vì

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha,\ \cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha, \text{ nên } \left|\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \cos(\alpha + \pi)\right| = 0\ ;$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\alpha,\ \sin(\alpha - \pi) = -\sin\alpha, \text{ nên } \left|\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)\right| = 0$$

d) Sai, chẳng hạn với $\alpha = \pi$ thì $\frac{\cos(-5\alpha)}{\cos\alpha} = 1$.

e) Đúng, vì $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\frac{\pi}{8}$ nên $\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} = 1$.

g) Đúng vì $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = \sin\frac{\pi}{10}$

Bài 25.

Để giải bài tập này HS cần ôn tập lại toàn bộ các công thức về mối quan hệ của các góc có liên quan đặc biệt.

Hướng dẫn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm mối quan hệ giữa α và $\alpha-\frac{3\pi}{2}$ **Câu hỏi 2** Tìm mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai giá trị trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\alpha-\frac{3\pi}{2}=(\alpha+\frac{\pi}{2})-2\pi$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ $=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ $=-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$; $\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ $=-\sin\left(\pi+\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$; $\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-\cot g\alpha$ $(\alpha\neq k\pi,$ $k\in\mathbf{Z})$; $\cot\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-tg\alpha$ $(\alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,$ $k\in\mathbf{Z})$.

Bài 26.

Để giải bài tập này HS cần ôn tập lại toàn bộ các công thức về mối quan hệ của các góc có liên quan đặc biệt.

Hướng dẫn.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tổng trên có bao nhiêu số hạng?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 8 số hạng.
Câu hỏi 2 Hãy tính $\sin^2\alpha+\sin^2(90^o-\alpha)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin^2\alpha+\sin^2(90^o-\alpha)=1$.
Câu hỏi 3 Hãy áp dụng để tính tổng trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Tổng trên bằng 4.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tổng trên có bao nhiêu số hạng?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 18 số hạng.
Câu hỏi 2 Hãy tính $\cos\alpha+\cos(180^o-\alpha)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos\alpha+\cos(180^o-\alpha)=0$.
Câu hỏi 3 Hãy áp dụng để tính tổng trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $\cos90^o=0$, $\cos180^o=-1$ nên tổng ở đề bài bằng -1.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\cos315^o$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos315^o=\cos(-45^o)=\cos45^o=\frac{\sqrt{2}}{2}$
Câu hỏi 2 Hãy tính $\sin330^o$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin330^o=-\sin30^o=\frac{-1}{2}$.
Câu hỏi 3 Hãy tính $\sin250^o$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Câu hỏi 4 Hãy tính $\cos 160^o$ **Câu hỏi 5** Hãy tính tổng trên.	$\sin 250^o = -\sin 110^o$ $= -\sin(90^o + 20^o) = -\cos 20^o$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\cos 160^o = -\cos 20^o$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 5** $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$.

Bài 27.

Để giải bài tập này HS cần ôn tập lại toàn bộ các công thức về mối quan hệ của các góc có liên quan đặc biệt. Vận dụng linh hoạt các công thức đó, kết hợp với bảng lượng giác.

Hướng dẫn.

$\cos(-250^\circ) = \cos 250^\circ = \cos(180^\circ + 70^\circ) = -\cos 70^\circ = -\sin 20^\circ \approx -0,342$;

$\sin 520^\circ = \sin(360^\circ + 160^\circ) = \sin 160^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ \approx 0,342$;

$$\sin\frac{11\pi}{10} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{10}\right) = -\sin\frac{\pi}{10} = -\sin 18^\circ \approx -0,309$$

Bài 28.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.
Câu hỏi 2 Xác định toạ độ điểm xác định bởi số $\pi - \alpha$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$.
Câu hỏi 3 Xác định toạ độ điểm xác định bởi số $\pi + \alpha$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Câu hỏi 4 Xác định toạ độ điểm xác định bởi số $\frac{\pi}{2}-\alpha$. **Câu hỏi 5** Xác định toạ độ điểm xác định bởi số $\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\left(\frac{4}{5};-\frac{3}{5}\right)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 5** $\left(-\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$.

Bài 29.

HS sử dụng các công thức $\tan\alpha.\cot\alpha=1, \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1, 1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

Hướng dẫn.

Từ $\text{tg}15^\circ = 2-\sqrt{3}$ suy ra $\cos^2 15^\circ = \frac{1}{1+(2-\sqrt{3})^2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Do $75^\circ = 90^\circ - 15^\circ$ nên $\cos(-75^\circ) = \cos 75^\circ = \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$;

$\sin(-75^\circ) = -\sin(90^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ = -\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$;

$\text{tg}(-75^\circ) = -\text{cotg}15^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}-2} = -(\sqrt{3}+2)$;

$\text{cotg}(-75^\circ) = -\text{tg}15^\circ = \sqrt{3}-2$.

Luyện tập
(tiết 8)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

Thông qua các bài tập luyện tập HS nắm được một cách sâu sắc về mối quan hệ của các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

Từ các công thức trên có thể suy ra một số công thức khác.

2. Kĩ năng

Biến đổi thành thạo các công thức trên.

Vận dụng giải các bài tập về lượng giác.

3. Thái độ

Phát triển tư duy trong quá trình giải bài tập lượng giác.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các câu hỏi và ví dụ, bài tập

Chuẩn bị phấn màu và một số công cụ khác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về bài 3 xem lại các HĐ và các ví dụ.

Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯƠNG

Bài này 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các công thức đã học trong bài 3.

Câu hỏi 2

Điền vào ô trống sau:

α	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\alpha+\frac{3\pi}{2}$	$\alpha+\frac{19\pi}{2}$
sin	...	...	...	...
cos	...	...	...	...
tan	...	...	...	....
cot	...	...	...	...

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 30.

Chú ý rằng hai góc có cùng tia đầu và tia cuối khi và chỉ khi hiệu hai góc bằng $k2\pi$.

Hướng dẫn.

Ta có $2594^\circ = 7 \ \ 360^\circ \ + 74^\circ$;

$-646^\circ = -2 \ \ 360^\circ + 74^\circ$;

$-2446^\circ = -7 \ \ 360^\circ + 74^\circ$

Vậy các góc trên có cùng tia đầu và tia cuối.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 31.

Chú ý bảng xét dấu của các góc lượng giác.

Các công thức trong bài 3.

Gọi M là điểm biểu diễn các góc đã cho trên đường tròn lượng giác.

Hướng dẫn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định dấu của $\sin 250^\circ$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có M $\in$ (III), nên $\sin 250^\circ < 0$.
Câu hỏi 2 Xác định dấu của $\tan(-672^\circ)$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có M $\in$ (I), nên $\tan(-672^\circ) > 0$.
Câu hỏi 3 Xác định dấu của $\tan\frac{31\pi}{8}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\operatorname{tg}\frac{11\pi}{3} = \operatorname{tg}\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right)$ $= \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} < 0$
Câu hỏi 4 Xác định dấu của $\sin(-1050^\circ)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\sin(-1050^\circ) = \sin(-3 \quad 360^\circ + 30^\circ)$ $= \sin 30^\circ > 0$
Câu hỏi 5 Xác định dấu của $\cos\frac{16\pi}{5}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** $\cos\frac{16\pi}{5} = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{5}\right) = -\cos\frac{\pi}{5} < 0$

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 32.

Chú ý bảng xét dấu của các góc lượng giác.

Các công thức trong bài 3.

Hướng dẫn.

a) $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ và $\cos\alpha < 0$ thì

$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{3}{5}$; $\text{tg}\alpha = -\frac{4}{3}$; $\text{cotg}\alpha = -\frac{3}{4}$

b) $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{15}{17}$; $\tan\alpha = -\frac{15}{8}$.

$\cot\alpha = -\frac{8}{15}$.

c) $\text{tg}\alpha = \sqrt{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ thì $\cos\alpha < 0$, $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = -\frac{1}{2}$;

$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cot\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 33.

Chú ý các công thức trong bài 3.

Hướng dẫn.

Câu a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Tính $\sin\frac{25\pi}{6}$ **Câu hỏi 2** Tính $\cos\frac{25\pi}{3}$ **Câu hỏi 3** Tính $\text{tg}\left(-\frac{25\pi}{4}\right)$. **Câu hỏi 4** Tính tổng đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\sin\frac{25\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $\cos\frac{25\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $\text{tg}\left(-\frac{25\pi}{4}\right) = -\text{tg}\frac{\pi}{4} = -1$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 4**

	$\sin\frac{25\pi}{6} + \cos\frac{25\pi}{3} + \text{tg}\left(-\frac{25\pi}{4}\right) = 0$

Trả lời các câu còn lại

b) $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{3}$;

$\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\tan(\alpha - 7\pi) = \tan\alpha = \pm\frac{\sqrt{2}}{4}$;

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha = \mp\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 34.

Chú ý các công thức trong bài 3.

Hướng dẫn.

a) $1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \cos^2\alpha\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - 2\tan\alpha\right)$

$= \cos^2\alpha(1 + \tan^2\alpha - 2\tan\alpha) = \cos^2\alpha(1 - \tan\alpha)^2$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha(1 - \tan^2\alpha)$

Vậy $\frac{1 - 2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{(1 - \tan\alpha)^2}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{1 - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha}$

b) $\tan^2\alpha - \sin^2\alpha = \tan^2\alpha(1 - \cos^2\alpha) = \tan^2\alpha\sin^2\alpha$

c) $2(1 - \sin\alpha)(1 + \cos\alpha) = 2 - 2\sin\alpha + 2\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 1 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha + 2\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= (1 - \sin\alpha + \cos\alpha)^2$

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 35.

Chú ý các công thức trong bài 3.

Các hằng đẳng thức.

Hướng dẫn.

$$\sin^3\alpha - \cos^3\alpha = (\sin\alpha - \cos\alpha)^3 + 3\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha - \cos\alpha)$$

$$= (\sin\alpha - \cos\alpha)^3 + 3.\frac{1}{2}[1 - (\sin\alpha - \cos\alpha)^2](\sin\alpha - \cos\alpha)$$

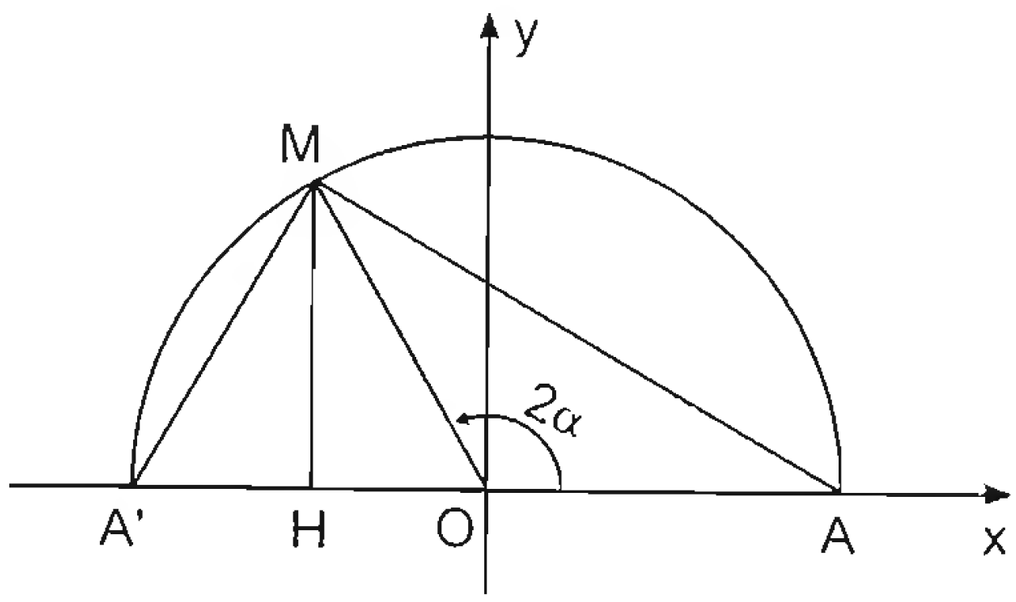
$$= m^3 + \frac{3}{2}(1 - m^2)m = \frac{m}{2}(3 - m^2).$$

HOẠT ĐỘNG 7

Bài 36.

Chú ý các công thức trong bài 3.

Sử dụng hình vẽ sau:



Hướng dẫn.

a) Ta có $AM^2 = \overline{AH}.\overline{AA'} = (\overline{AO} + \overline{OH}).\overline{AA'} = (-1 + \cos 2\alpha)\ (-2)$

$= 2(1 - \cos 2\alpha).$

Lại có $AM^2 = A\ A^2.\sin^2\alpha = 4\sin^2\alpha.$

Vậy $2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$

b)

$$S_{A'MA} = \frac{1}{2} A\ A.MH = MH = \sin 2\alpha.$$

Lại có

$$S_{A'MA} = \frac{1}{2} A'M.AM$$

$$= \frac{1}{2} A\ A\cos\alpha . A\ A\sin\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha.$$

Vậy $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

c) Sử dụng công thức $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ và $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$. ta làm câu c).

HOẠT ĐỘNG 8

Bài 37.

Chú ý các công thức trong bài 3.

Hướng dẫn.

a) Vectơ $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OP}$ và $|\overrightarrow{OM}| = \left|\frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}\right| = \frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OP}|} = 1$ nên M là giao của tia OP với đường tròn lượng giác.

b) $|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$ nên $\overrightarrow{OM}$ có toạ độ $\left(\frac{2}{\sqrt{13}}; \frac{-3}{\sqrt{13}}\right)$. Vậy

$$\cos(Ox, OP) = \frac{2}{\sqrt{13}},\ \sin(Ox, OP) = -\frac{3}{\sqrt{13}}.$$

§4. Một số công thức lượng giác

(tiết 9, 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

Nắm được các công thức lượng giác: Công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tổng thành tích và công thức biến đổi tích thành tổng.

Từ các công thức trên có thể suy ra một số công thức khác.

2. Kĩ năng

Biến đổi thành thạo các công thức trên.

Vận dụng giải các bải tập về lượng giác.

3. Thái độ

Phát triển tư duy trong quá trình giải bài tập lượng giác.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị một số hình vẽ sẵn tại nhà: 6.25

Chuẩn bị bảng tổng kết công thức lượng giác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về bài 3, xem lại các HĐ và các ví dụ.

Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯƠNG

Bài này 2 tiết :

Tiết 1: Phần 1 và phần 2..

Tiết 2 : Phần 3 và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các hằng đẳng thức lượng giác đơn giản.

Câu hỏi 2

Điền vào ô trống sau:

α	$-\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{122\pi}{3}$	$\frac{19\pi}{2}$
$\sin\alpha$	...	...	...	...
$\cos\alpha$	...	...	...	...
$\tan\alpha$	...	...	...	....
$\cot\alpha$	...	...	...	...

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Công thức cộng

a) Công thức cộng đối với sin và côsin

• GV nêu công thức

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

GV treo hình 6.25 và hướng dẫn HS chứng minh theo các câu hỏi sau:

H1. Tính $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}$ theo cos và sin của α β.

H2. Tính $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}$ theo $\cos(\alpha - \beta)$.

H3. Hãy chứng minh các công thức trên.

• Nêu ví dụ 1 và hướng dẫn HS thực hiện các thao tác sau:

H1. Tính $\cos\frac{11\pi}{12}$ theo $\cos\frac{\pi}{12}$

H2. Phân tích $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ rồi áp dụng các công thức trên để tính.

• Thực hiện **H1**

GV: Hướng dẫn thực hiện thao tác này trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Kiểm nghiệm công thức : $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ khi α tuỳ ý còn $\beta=\pi$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Do $\cos\pi=-1$, $\sin\pi=0$ nên $\cos(\alpha+\pi)=\cos\alpha\cos\pi-\sin\alpha\sin\pi=-\cos\alpha$; $\sin(\alpha+\pi)=\sin\alpha\cos\pi+\cos\alpha\sin\pi=-\sin\alpha$.
Câu hỏi 2 Kiểm nghiệm công thức : $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ khi α tuỳ ý còn $\beta=\frac{\pi}{2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Do $\cos\frac{\pi}{2}=0$ $\sin\frac{\pi}{2}=1$ nên $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{2}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{2}=-\sin\alpha$ $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{2}+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{2}=\cos\alpha$

b) Công thức cộng đối với tang

• GV nêu công thức:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

- GV hướng dẫn HS chứng minh.
- GV nêu ví dụ 2 và hướng dẫn HS áp dụng công thức để tính.
- Thực hiện **H2**.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu điều kiện của α và β để $\tan\alpha$ và $\tan\beta$ có nghĩa. **Câu hỏi 2** Hãy nêu điều kiện của $\alpha + \beta$ để $\tan(\alpha+\beta)$ có nghĩa. **Câu hỏi 3** α, β, $\alpha + \beta$ có dạng $\frac{\pi}{2}+k\pi$ hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos\alpha \neq 0$, $\cos\beta \neq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos(\alpha + \beta) \neq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** α, β, $\alpha + \beta$ không có dạng $\frac{\pi}{2} + k\pi$

HOẠT ĐỘNG 2

2. Công thức nhân đôi

- GV nêu công thức

$$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\tan2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

Sau đó đưa ra các câu hỏi sau:

H1. Từ các công thức nhân đôi suy ra các công thức

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos2\alpha}{2}$$

H2. Từ các công thức nhân đôi suy ra các công thức

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

H3. Từ các công thức nhân đôi suy ra các công thức

$$\tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

• GV nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu hỏi:

H1. Chứng minh $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

H2. Chứng minh $\dfrac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \dfrac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$

• GV nêu ví dụ 4 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu sau:

H1. Sử dụng công thức hạ bậc và tính $\cos^2\dfrac{\pi}{12}$

H2. Sử dụng công thức hạ bậc và tính $\sin^2\dfrac{\pi}{12}$, từ đó tính $\tan^2\dfrac{\pi}{12}$

• Thực hiện **H3**

GV: Hướng dẫn thực hiện hoạt động này trong 3 phút.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy tinh cos4α theo cos2α. **Câu hỏi 2** Tính cos 4α theo cosα	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1$ $= 2(2\cos^2\alpha - 1)^2 - 1$

	$= 2(4\cos^4\alpha - 4\cos^2\alpha + 1) - 1$ $= 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$

• Thực hiện **H4** .

GV: Hướng dẫn thực hiện hoạt động này trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nhìn vào biểu thức ta thấy cần áp dụng công thức nào? **Câu hỏi 2** Rút gọn biểu thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Công thức $\sin 2\alpha$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha$ $= \frac{\sin 2\alpha}{2}\cos 2\alpha\cos 4\alpha$ $= \frac{\sin 4\alpha}{4}\cos 4\alpha = \frac{\sin 8\alpha}{8}$

HOẠT ĐỘNG 3

3. Công thức biến đổi tích thành tổng và tổng thành tích.

a) Công thức biến đổi tích thành tổng

• GV nêu công thức

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right].$$

• GV nêu ví dụ 5 và hướng dẫn HS thực hiện

H1. Để giải toán cần vận dụng công thức nào?

H2. Tính $\sin\frac{5\pi}{24}\sin\frac{\pi}{24}$

• Thực hiện **H5**.

GV: Hướng dẫn thực hiện hoạt động này trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Để tính biểu thức trên cần vận dụng công thức nào trong ba công thức trên? **Câu hỏi 2** Hãy tính $\cos\frac{7\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Sử dụng công thức thứ ba. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos\frac{7\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12} =$ $\frac{1}{2}\left[\sin\pi+\sin\frac{\pi}{6}\right]=\frac{1}{4}$

b) Công thức biến đổi tổng thành tích

• GV nêu công thức

$$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

• GV nêu ví dụ 6 và hướng dẫn HS thực hiện theo các câu hỏi sau:

H1. Hãy quy đồng mẫu số biểu thức.

H2. Sử dụng các công thức trên và chứng minh.

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Công thức cộng

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

2. Công thức nhân đôi

$$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\tan2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

Công thức hạ bậc

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}; \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}; \quad \tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

3. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$$

4. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Ta đã biết $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$

Giá trị $\sin\frac{\pi}{12}$ là

(a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$;

(b) $\frac{\sqrt{6}}{4}$;

(c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

(d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Trả lời. Chọn (d).

2. $\cos\frac{7\pi}{12}$ bằng

(a) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

(b) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Trả lời. Chọn (c).

3. $\tan\left(\frac{145\pi}{12}\right)$ bằng

(a) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

(b) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

(c) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Trả lời. Chọn (a).

4. tan(a + b) – tana – tanb bằng

(a) tan(a + b) tana tanb;

(b) tan(a – b) tana tanb

(c) tan(a – b) tan(a + b);

(d) tana + tanb.

Trả lời. Chọn (a).

5. sin15° bằng

(a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{4}$;

(b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

(c) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

(d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$

Trả lời. Chọn (c).

6. cos75° bằng

(a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{4}$;

(b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

(c) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

(d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$

Trả lời. Chọn (c).

7. tan105° bằng

(a) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$;

(b) $\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}$;

(c) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$;

(d) $\frac{\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}}$.

Trả lời. Chọn (c).

8. Cho sinα = m, khi đó cos2α

(a) $1 - 2m$ (b) $1 - 2m^2$

(c) $1 + 2m$ (d) $1 + 2m^2$

Trả lời. Chọn (b).

9. Cho $\tan\alpha = t$, khi đó $\cos 2\alpha$ bằng

(a) $\dfrac{1-t}{1+t}$ (b) $\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

(c) $\dfrac{1+t^2}{1-t^2}$ (d) 1.

Trả lời. Chọn (b).

10. Cho $\tan\alpha = t$, khi đó $\sin 2\alpha$ bằng

(a) $\dfrac{2t}{1+t^2}$ (b) $\dfrac{2t}{1-t^2}$

(c) $\dfrac{2t}{t^2-2}$ (d) $\dfrac{2t}{t^3-1}$

Trả lời. Chọn (a).

11. Cho $\tan\alpha = t$, khi đó $\tan 2\alpha$ bằng

(a) $\dfrac{1+t^2}{1-t^2}$ (b) $\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

(c) $\dfrac{2t}{1-t^2}$ (d) $\dfrac{2t}{1+t^2}$.

Trả lời. Chọn (b).

12. Cho $\cot\alpha = t$, khi đó $\cot 2\alpha$ bằng

(a) $\dfrac{t^2-1}{2t}$ (b) $\dfrac{t^2+1}{2t}$

(c) $\dfrac{2t}{1-t^2}$ (d) $\dfrac{2t}{1+t^2}$

Trả lời. Chọn (a).

13. Cho $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ và $\sin\alpha > 0$, khi đó : $\cos 2\alpha$ bằng

(a) $\frac{2\sqrt{5}}{7}$;

(b) $\frac{5}{\sqrt{7}}$;

(c) $-\frac{7}{25}$;

(d) $\frac{7}{25}$

Trả lời. Chọn (d).

14. Cho $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ và $\sin\alpha < 0$, khi đó : $\tan 2\alpha$ bằng

(a) $\frac{24}{5}$;

(b) $-\frac{24}{5}$;

(c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$;

(d) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Trả lời. Chọn (a).

15. Cho $\cos\alpha = 0{,}2$, $\cos\alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

(a) $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$;

(b) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{10}}$;

(c) $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$;

(d) Cả ba kết quả trên đều sai.

Hãy chọn khẳng định sai.

Trả lời. Chọn (d).

16. Cho $\sin\beta =$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

(a) $\cos\frac{\beta}{2} = \frac{4}{\sqrt{10}}$;

(b) $\sin\frac{\beta}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$;

(c) $\tan\dfrac{\beta}{2} = 3$;

(d) cả ba kết quả trên đều sai.

Trả lời. Chọn (d).

17. Chọn Đúng, Sai trong các câu sau

(a) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ ☐ Đúng ☐ Sai

(b) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ ☐ Đúng ☐ Sai

(c) $\tan 3\alpha = 3\tan\alpha - 4\tan^3\alpha$ ☐ Đúng ☐ Sai

(d) $\cot 3\alpha = 4\cot^3\alpha - 3\cot\alpha$ ☐ Đúng ☐ Sai

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)
ĐA	Đ	Đ	S	S

18. Hãy chọn Đúng, Sai trong các khẳng định sau :

(a) $1 + \sin\alpha = 2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\alpha}{2}\right)$ ☐ Đúng ☐ Sai

(b) $1 - \sin\alpha = 2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\alpha}{2}\right)$ ☐ Đúng ☐ Sai

(c) $\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right)$ ☐ Đúng ☐ Sai

(d) $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)$ ☐ Đúng ☐ Sai

(e) Tất cả các câu trên đều sai ☐ Đúng ☐ Sai

Trả lời.

Câu	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
ĐA	Đ	Đ	Đ	Đ	S

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 38.

HS cần ôn tập lại các công thức lượng giác trên.

Xem lại các ví dụ và bài tập.

Hướng dẫn.

a) Sai, vì chẳng hạn với $\beta = 0$, hai vế đẳng thức đó trở thành $\cos\alpha$ và $\cos\alpha + 1$.

b) Sai, vì chẳng hạn với $\alpha = \frac{\pi}{2}$. $\beta = -\frac{\pi}{2}$. hai vế đẳng thức đó trở thành 0 và 2.

c) Đúng.

d) Sai, vì chẳng hạn với $\alpha = \beta = \frac{\pi}{4}$. hai vế đẳng thức đó trở thành 1 và 0.

e) Sai, vì chẳng hạn với $\alpha = \frac{\pi}{8}$, hai vế đẳng thức đó trở thành $\sqrt{2}$ và 1.

g) Sai, vì chẳng hạn với $\alpha = \frac{\pi}{2}$. hai vế đẳng thức đó trở thành 1 và 0.

Bài 39.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính các giá trị lượng giác của 75^o	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$ $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) =$ $\sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$;

Câu hỏi 2 Tính các giá trị lượng giác của 15^o	$\tan 75^\circ = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 2+\sqrt{3}$; $\cot 75^\circ = 2-\sqrt{3}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$ $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$ $= \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$ $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$ $= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ =$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ $\tan 15^\circ = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = 2-\sqrt{3}$ $\cot 15^\circ = 2+\sqrt{3}$

Bài 40.

Hướng dẫn.

Đối với hai câu a) và b).

Từ vế trái ta đặt $\sqrt{2}$ làm thừa số chung và sử dụng $\sin 45^o = \cos 45^o = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Đối với hai câu c) và d) sử dụng công thức cộng.

Bài 41.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính $\cos\alpha$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Câu hỏi 2

Tính $\sin 2\alpha$.

Câu hỏi 3

Tính $\cos 2\alpha$.

Câu hỏi 4

Tính $\tan 2\alpha$.

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Gợi ý trả lời câu hỏi 2

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

Gợi ý trả lời câu hỏi 3

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = \frac{7}{9}$

Gợi ý trả lời câu hỏi 4

$\tan 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

Trả lời phần còn lại

a) Do $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ vậy $\cos\frac{\alpha}{2}$ và $\sin\frac{\alpha}{2}$ đều dương. Từ công thức $2\cos^2\frac{\alpha}{2} = 1 + \cos\alpha$, suy ra $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{6}}$ và từ công thức $2\sin^2\frac{\alpha}{2} = 1 - \cos\alpha$, suy ra $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{6}}$ Từ đó $\text{tg}\frac{\alpha}{2} = 3 + 2\sqrt{2}$, $\text{cotg}\frac{\alpha}{2} = 3 - 2\sqrt{2}$

b) $2\cos^2 15^\circ = 1 + \cos 30^\circ = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

$2\sin^2 15^\circ = 1 - \cos 30^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ và

$\text{tg}15^\circ = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$; $\text{cotg}15^\circ = 2 + \sqrt{3}$

Bài 42.

– Để giải bài tập này HS sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng.

– Xem hướng dẫn trong SGK.

Hướng dẫn.

a) $\sin\frac{11\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)$

$= \sin^2\frac{\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{3}).$

b) Để ý rằng $\cos\frac{3\pi}{7} = -\cos\frac{4\pi}{7}$. $\cos\frac{5\pi}{7} = -\cos\frac{2\pi}{7}$. $\sin\frac{\pi}{7} = -\sin\frac{8\pi}{7}$. ta có

$\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}\cos\frac{5\pi}{7} = \sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}$

$= \frac{1}{8}\sin\frac{8\pi}{7} = -\frac{1}{8}\sin\frac{\pi}{7}$

Từ đó $\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}\cos\frac{5\pi}{7} = -\frac{1}{8}$

c) Để ý rằng $\sin 42^\circ = \cos 48^\circ$ $\sin 66^\circ = \cos 24^\circ$ $\sin 78^\circ = \cos 12^\circ$ ta có

$\cos 6^\circ \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ = \sin 6^\circ \cos 6^\circ \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ$

$= \frac{1}{16}\sin 96^\circ = \frac{1}{16}\cos 6^\circ \sqrt{a^2 + b^2}$

Từ đó $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ = \frac{1}{16}$

Bài 43.

Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng.

a) $\cos 75^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2}(\cos 90^o + \cos 60^o) = \frac{1}{4}$

b) $\cos 75^\circ \sin 15^\circ = \frac{1}{2}(\sin 90^o - \sin 60^o) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$.

c) $\sin 75^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2}(\sin 90^o + \sin 60^o) = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

d) $\cos\alpha\sin(\beta-\gamma)=\dfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta-\gamma)-\sin(\alpha-\beta+\gamma)\right]$

$\cos\beta\sin(\gamma-\alpha)=\dfrac{1}{2}\left[\sin(\beta+\gamma-\alpha)-\sin(\beta-\gamma+\gamma)\right]$

$\cos\gamma\sin(\beta-\alpha)=\dfrac{1}{2}\left[\sin(\gamma+\alpha-\beta)-\sin(\gamma-\alpha+\beta)\right]$

Cộng vế với vế ta nhận được kết quả.

Bài 44.

Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích.

a) $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\alpha\right)-\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)=\sin\alpha$.

b) $\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos^2\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)=-\sin 2\alpha$

Bài 45.

a) $\dfrac{\sin\alpha-\sin\beta}{\cos\alpha-\cos\beta}=\cot\dfrac{\pi}{6}=-\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\cos\alpha-\cos 7\alpha}{\sin 7\alpha-\sin\alpha}=\tan 4\alpha.$

Luyện tập
(tiết 11)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

Thông qua các bài tập luyện tập để củng cố: Công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tổng thành tích và công thức biến đổi tích thành tổng.

Từ các công thức trên có thể suy ra một số công thức khác.

2. Kĩ năng

Giải các bài tập : tính toán, rút gọn, chứng minh về lượng giác thành thạo.

3. Thái độ

Phát triển tư duy trong quá trình giải bài tập lượng giác.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị các câu hỏi phát vấn, nêu vấn đề.

Chuẩn bị bảng tổng kết công thức lượng giác.

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức về bài 4, xem lại các HĐ và các ví dụ.

Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu các công thức lượng giác:

a) công thức cộng;

b) công thức nhân đôi;

c) công thức biến đổi tích thành tổng và tổng thành tích.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Chữa bài 46.

Câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Biến đổi $3\alpha = 2\alpha + \alpha$ hãy chứng minh công thức $\sin 3\alpha$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha\cos\alpha + \cos 2\alpha\sin\alpha$ $= 2\sin\alpha\cos^2\alpha + (1 - 2\sin^2\alpha)\sin\alpha$ $= 2\sin\alpha(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \sin\alpha$ $= 2\sin\alpha(1 - 2\sin^2\alpha) + \sin\alpha$ $= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha.$
Câu hỏi 2 Biến đổi $3\alpha = 2\alpha + \alpha$ hãy chứng minh công thức $\cos 3\alpha$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha\cos\alpha - \sin 2\alpha\sin\alpha$ $= (2\cos^2\alpha - 1)\cos\alpha - 2\sin^2\alpha\cos\alpha$ $= -\cos\alpha + 2\cos\alpha(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$ $= -\cos\alpha + 2\cos\alpha(2\cos^2\alpha - 1)$ $= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha.$

Trả lời các câu còn lại:

$$\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) = \sin\alpha\left(\sin^2\frac{\pi}{3}\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\cos^2\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sin\alpha\left(\frac{3}{4}\cos^2\alpha - \frac{1}{4}\sin^2\alpha\right)$$

$$= \frac{\sin\alpha}{4}(3-4\sin^2\alpha)$$

$$= \frac{1}{4}(3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha) = \frac{1}{4}\sin 3\alpha \ ;$$

$$\cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) = \cos\alpha\left(\cos^2\frac{\pi}{3}\cos^2\alpha - \sin^2\frac{\pi}{3}\sin^2\alpha\right)$$

$$= \cos\alpha\left(\frac{1}{4}\cos^2\alpha - \frac{3}{4}\sin^2\alpha\right)$$

$$= \frac{\cos\alpha}{4}[\cos^2\alpha - 3(1-\cos^2\alpha)]$$

$$= \frac{\cos\alpha}{4}(4\cos^2\alpha - 3) = \frac{1}{4}\cos 3\alpha\,.$$

• $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \sin 20^\circ \sin(60^\circ - 20^\circ)\sin(60^\circ + 20^\circ)$

$$= \frac{1}{4}\sin(3.20^\circ) = \frac{1}{4}\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

• Tương tự, $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{4}\cos 3.20^\circ = \frac{1}{8}$

Vậy $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ = \sqrt{3}$.

Chữa bài 47.

Câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng, tìm $\cos 50^\circ \cos 70^\circ$ **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{1}{2}(\cos 120^\circ + \cos 20^\circ)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Thay vào vế trái công thức ta có: $\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{1}{4}\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$ Chứng minh tương tự công thức còn lại.

Câu b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng, tìm $\sin 50^\circ \sin 70^\circ$ **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{2}(\cos 20^\circ + \cos 120^\circ)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Thay vào vế trái công thức ta có:

	$\sin10^o\sin50^o\sin70^o = \frac{1}{4}\ \sin30^o = \frac{1}{8}$ Chứng minh tương tự công thức còn lại.

HOẠT ĐỘNG 3

Chữa bài 48.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Đặt $M = \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$ Nhân cả hai vế của M với $\sin\frac{2\pi}{7}$ **Câu hỏi 2** Hãy chứng minh công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng ta có $M.\sin\frac{\pi}{7} = -\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{7}$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\mathbf{M} = -\frac{1}{2}$

HOẠT ĐỘNG 4

Hướng dẫn bài 49.

– Sử dụng công thức hạ bậc.

– Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng ta có

a) $\sin^2\alpha$.

b) 0.

HOẠT ĐỘNG 5

Chữa bài 50.

Chữa câu a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy phân tích cosB + cosC.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos B + \cos C = 2\cos\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}$
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Từ giả thiết ta có $\cos\frac{A}{2} = \cos\frac{B-C}{2}$ Nếu B >C thì $B = \frac{\pi}{2}$ Nếu B < C thì $C = \frac{\pi}{2}$ Câu b) chứng minh tương tự.

HOẠT ĐỘNG 6

Hướng dẫn bài 51.

– Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích.

– Công thức nhân đôi.

– Chú ý rằng $\frac{\beta+\gamma}{2}$ và $\frac{\alpha}{2}$ là hai góc phụ nhau.

HOẠT ĐỘNG 7

Hướng dẫn bài 52.

a) Chú ý rằng $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. $\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$ quy đồng và sử dụng công thức cộng.

b) Chú ý rằng :

$$\frac{1}{\cos\alpha\cos 2\alpha} = \frac{\tan 2\alpha - \tan\alpha}{\sin\alpha}.\ \frac{1}{\cos 2\alpha\cos 3\alpha} = \frac{\tan 3\alpha - \tan 2\alpha}{\sin\alpha}$$

$\ldots \dfrac{1}{\cos 7\alpha \cos 8\alpha} = \dfrac{\tan 8\alpha - \tan 7\alpha}{\sin \alpha}$ Cộng vế với vế ta được điều cần chứng minh. . . .

HOẠT ĐỘNG 8

Hướng dẫn bài 53.

Phân tích

$a = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$. $b = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

Từ đó ta có ab, $a^2 + b^2$ suy ra điều phải chứng minh.

HOẠT ĐỘNG 9

Hướng dẫn bài 54.

a) Gọi x là tầm xa của quỹ đạo thì $x > 0$ và $-\dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha} + (\tan\alpha)x = 0$ tức

$x = \dfrac{2v^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \dfrac{v^2}{g}\sin 2\alpha$.

b) x đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\sin 2\alpha = 1$ tức $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$, khi đó $x = \dfrac{v^2}{g}$.

Với $v = 80$m/s thì $x = \dfrac{v^2}{g} \approx \dfrac{80^2}{9,8} \approx 653$ (m).

Ôn tập chương VI

(tiết 10, 11)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Ôn tập lại toàn bộ những kiến thức trong chương.

2. Kĩ năng

HS giải thành thạo tất cả các dạng toán cơ bản và làm tốt bài kiểm tra.

3. Thái độ

Tự tin, tỉ mỉ trong thực hành.

Phát triển tư duy trong quá trình giải toán về lượng giác.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV :

Chuẩn bị bài kĩ các bài tập.

Chuẩn bị một đề kiểm tra 1 tiết

2. Chuẩn bị của HS :

Cần ôn lại một số kiến thức trong bài và các ví dụ trong chương.

Máy tính bỏ túi.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này 2 tiết :

Tiết 1: Ôn tập

Tiết 2: Kiểm tra 1 tiết

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI ÔN TẬP.

GV cho HS ôn tập trong 15' bằng hệ thống câu hỏi ôn tập sau

Câu 1. Nêu khái niệm đường tròn lượng giác.

Câu 2. Nêu khái niệm cung lượng giác và góc lượng giác.

Câu 3. Nêu công thức đổi độ thành radian.

Câu 4. Nêu ý nghĩa hình học của tan và côtang.

Câu 5. Nêu các khái niệm giá trị lượng giác l.

Câu 6. Nêu các tính chất của các giá trị lượng giác.

Câu 7 Nêu các công thức lượng giác cơ bản.

Câu 8. Nêu các công thức về mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác giữa các cung có liên quan đặc biệt.

Câu 9. Nêu các công thức lượng giác.

B. CHỮA BÀI TẬP SGK

HOẠT ĐỘNG 1

Hướng dẫn bài 55.

– Ôn tập lại các giá trị lượng giác.

– Các công thức đơn giản trong bài 2.

Hướng dẫn.

a) Đúng, thử với k chẵn và k lẻ.

b) Đúng, thử với k chẵn và k lẻ.

c) Đúng, thử với k = 0, 1, 2, 3.

d) Sai, khi k = 1, vế trái là $\frac{\sqrt{2}}{2}$. vế phải là $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

HOẠT ĐỘNG 2

Hướng dẫn bài 56.

– Ôn tập lại các giá trị lượng giác.

– Các công thức đơn giản trong bài 2

$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha$; $\tan(\alpha + k\pi) = tg\alpha$;

$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos\alpha$; $\cot(\alpha + k\pi) = \cot g\alpha$;

$-1 \le \sin\alpha \le 1$; $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

$-1 \le \cos\alpha \le 1$; $1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Hướng dẫn.

a) $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$ và $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$ thì $\sin\alpha < 0$, do đó $\sin\alpha = -\dfrac{3}{5}$;

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = -\dfrac{24}{25}$; $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \dfrac{7}{25}$;

$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sqrt{1+\cos\alpha}}{\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$; $\sin\dfrac{\alpha}{2} = -\dfrac{\sqrt{1-\cos\alpha}}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

b) $\tan\alpha > 0$ nên $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \dfrac{2\sqrt{10}}{9}$;

$\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right) = \dfrac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha} = \dfrac{121 - 36\sqrt{10}}{41}$.

c) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)$

$= \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -\cos 2\alpha = -\dfrac{3}{5}$.

d) $(\sin\alpha - \sin\beta)^2 = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin^2\alpha + \sin^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta = \dfrac{1}{9}$ (1)

$(\cos\alpha - \cos\beta)^2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \cos^2\alpha + \cos^2\beta - 2\cos\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{4}$ (2)

Cộng từng vế của (1) với (2), ta được

$1 + 1 - 2(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) = \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{13}{36}$ từ đó $\cos(\alpha - \beta) = \dfrac{59}{72}$

e) $\sin\frac{\pi}{16}\sin\frac{3\pi}{16}\sin\frac{5\pi}{16}\sin\frac{7\pi}{16} = \sin\frac{\pi}{16}\sin\frac{3\pi}{16}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{16}\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{16}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{16}\sin\frac{3\pi}{16}\cos\frac{3\pi}{16}\cos\frac{\pi}{16} = \left(\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{8}\right)\left(\frac{1}{2}\sin\frac{3\pi}{8}\right)$

$= \frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{8}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} = \frac{1}{8}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{16}$

HOẠT ĐỘNG 3

Chữa bài 57.

GV: *Chữa câu a)*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Nhớ lại công thức $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha+\cos\alpha)$.
Câu hỏi 2 Nhớ lại công thức $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha+\cos\alpha)$.
Câu hỏi 3 Chứng minh công thức a)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$ $2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha+\sin\alpha).\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)\right]$ $=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cos 2\alpha$.

Trả lời các câu còn lại:

b) $\sin\alpha(1+\cos 2\alpha)=\sin\alpha(1+2\cos^2\alpha-1)=2\sin\alpha\cos^2\alpha=\sin 2\alpha\cos\alpha$.

c) $\frac{1+\sin 2\alpha-\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}=\frac{\sin 2\alpha+(1-\cos 2\alpha)}{\sin 2\alpha+(1+\cos 2\alpha)}=\frac{\sin 2\alpha+2\sin^2\alpha}{\sin 2\alpha+2\cos^2\alpha}$

$$= \frac{2\sin\alpha(\cos\alpha + \sin\alpha)}{2\cos\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha)} = \tan\alpha .$$

d) $\tan\alpha - \dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{\tan^2\alpha - 1}{2\tan\alpha}$ $2 = -\dfrac{2}{\tan 2\alpha}$

HOẠT ĐỘNG 4

Hướng dẫn bài 58.

–Sử dụng công thức cộng, công thức biến đổi tổng thành tích, công thức biến đổi tích thành tổng.

a) $\tan(\alpha + \beta + \gamma) = \tan(k\pi) = 0 \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) + \tan\gamma = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} + \tan\gamma = 0$ (để ý rằng $\cos(\alpha + \beta) \neq 0$ do $\cos\gamma \neq 0$)

$\Leftrightarrow \tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma = \tan\alpha\tan\beta\tan\gamma.$

b) $\tan(\alpha + \beta) = \dfrac{\frac{1}{8} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{8}\frac{1}{5}} = \frac{1}{3}$;

$\tan(\alpha + \beta + \gamma) = \dfrac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}\frac{1}{2}} = 1$

c) $\dfrac{1}{\sin 10^\circ} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = \dfrac{\cos 10^\circ - \sqrt{3}\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$

$= \dfrac{2(\cos 60^\circ \cos 10^\circ - \sin 60^\circ \sin 10^\circ)}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$

$= \dfrac{2\cos(60^\circ + 10^\circ)}{\frac{1}{2}\sin 20^\circ} = \dfrac{4\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} = \dfrac{4\cos 70^\circ}{\cos 70^\circ} = 4.$

HOẠT ĐỘNG 5

Hướng dẫn bài 59.

– Sử dụng công thức cộng, công thức biến đổi tổng thành tích, công thức biến đổi tích thành tổng.

Hướng dẫn.

GV: *Chữa câu c)*

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Phân tích $\cos(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$ thành tổng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\cos(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$ $=\frac{!}{2}(\sin 2\alpha-\sin 2\beta)$.
Câu hỏi 2 Phân tích $\cos(\beta+\gamma)\sin(\beta-\gamma)$ thành tổng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta có $\cos(\beta+\gamma)\sin(\beta-\gamma)$ $=\frac{1}{2}(\sin 2\beta-\sin 2\gamma)$.
Câu hỏi 3 Phân tích $\cos(\gamma+\alpha)\sin(\gamma-\alpha)$ thành tổng.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $\cos(\gamma+\alpha)\sin(\gamma-\alpha)$ $=\frac{1}{2}(\sin 2\gamma-\sin 2\alpha)$.
Câu hỏi 4 Chứng minh công thức trên.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Công ba đẳng thức trên vế với vế.

HOẠT ĐỘNG 6

TRẢ LỜI MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Bài 60.

Trả lời. Chọn (B).

Bài 61.

Trả lời. Chọn (C).

Bài 62.

Trả lời. Chon (B).

Bài 63.

Trả lời. Chọn (D).

Bài 64.

Trả lời. Chọn (A).

Bài 65.

Trả lời. Chọn (C).

Bài 66.

Trả lời. Chọn (D).

Bài 67.

Trả lời. Chọn (A).

Bài 68.

Trả lời. Chọn (D).

Bài 69.

Trả lời. Chọn (D).

Hãy chọn các kết quả đúng trong các bài tập sau

1. $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$ bằng

(a) $\frac{1}{8}$;

(b) $-\frac{1}{8}$;

(c) 0;

(d) 1.

Trả lời. Chọn (a).

2. $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha$ bằng

(a) $1 + 3\cos^2\alpha$;

(b) $\frac{1+3\cos^2 2\alpha}{4}$;

(c) 0;

(d) 1.

Trả lời. Chọn (b).

3. $\sin\frac{6\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7}$ bằng

(a) -1;

(b) 1;

(c) 0;

(d) 2.

Trả lời. Chọn (c).

4. $\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ bằng

(a) $\frac{1}{2}$;

(b) $\frac{1}{2} + \sin^2\alpha$;

(c) $\sin^2\alpha$;

(d) $\frac{1+\sin^2\alpha}{2}$;

Trả lời. Chọn (d).

5. Cho $\cos\alpha = 1$. Khi đó : $\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ bằng

(a) 1;

(b) 0;

(c) $\frac{1}{2}$;

(d) $-\frac{1}{2}$

Trả lời. Chọn (c).

6. Cho $\cos\frac{\alpha}{2} = 0$. Khi đó : $\cos\alpha + \cos2\alpha + \cos6\alpha + \cos7\alpha$ bằng

(a) -1;

(b) 0;

(c) 1;

(d) 2.

Trả lời. Chọn (b).

7. $\cos2\alpha + \sin2\alpha\tan\alpha$ bằng

(a) 1;

(b) -1;

(c) 0;

(d) 2.

Trả lời. Chọn (b).

Trong tam giác ABC. Hãy chọn các khẳng định đúng trong các bài tập sau

8. $\sin^2A + \sin^2B + \sin^2C$ bằng

(a) 2cosAcosBcosC;

(b) 2 + 2cosAcosBcosC;

(c) – 2cosAcosBcosC;

(d) – 2 + 2cosAcosBcosC.

Trả lời. Chọn (b).

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG VI

Đề số 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm) kiểm tra trong 15' thu bài.

Câu 1. Cho $\sin\frac{a+b}{2}=0$. Khi đó sina + sinb bằng

(a) 1; (b) 2; (c) 0; (d) – 1.

Câu 2. Cho $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ và $\cos\alpha<0$ khi đó $\cos\alpha$ bằng

(a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (d) $\sqrt{3}$

Câu 3. Hãy điền Đúng, Sai vào các câu sau

(a) $\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)=-\sin\frac{\pi}{12}$ ☐

(b) $\cos\frac{\pi}{12}=-\cos\frac{11\pi}{12}$ ☐

(c) $\tan\frac{\pi}{7}=\cot\frac{\pi}{7}$ ☐

(d) $\cot\frac{\pi}{7}=\tan\frac{5\pi}{14}$ ☐

Câu 4. Cho $\tan\alpha=3$. Khi đó $\cot^2\alpha+\tan^2\alpha$ bằng

(a) $\frac{82}{9}$; (b) $\frac{81}{9}$; (c) $\frac{80}{9}$; (d) $\frac{79}{9}$

Hãy chọn kết quả đúng.

Phần 2. Tự luận.

Câu 1. Cho $\sin\alpha=\frac{1}{4}$

a) Tính $\tan^2\alpha+3\cos^2\alpha$.

b) Tính $\cos\alpha$ biết $\alpha\in\left(\frac{123\pi}{2};62\pi\right)$.

Câu 2. Chứng minh các công thức sau

a) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha}$;

b) $\tan^2\alpha = \dfrac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}$

ĐÁP ÁN

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm), mỗi câu 1 điểm.

Câu	1	2	3				4
ĐA	(c)	(a)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)
			S	Đ	S	Đ	

Phần 2. Tự luận.

Câu 1. (3 điểm, mỗi câu 1,5 điểm).

a) Ta có $\dfrac{\sin\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha} = \dfrac{\sin\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1} = \dfrac{\sin\alpha(1 + 2\cos\alpha)}{\cos\alpha(1 + 2\cos\alpha)} = \tan\alpha$

Vậy $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha}$

b) Ta có $\cos^2\alpha = \dfrac{15}{16}$ Do $\cos\alpha < 0$ nên $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

Câu 2. (3 điểm, mỗi câu 1,5 điểm).

a) Ta có $\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \dfrac{16}{15} - 1 = \dfrac{1}{15}$

Vậy $\tan^2\alpha + 3\cos^2\alpha = \dfrac{1}{15} + \dfrac{45}{16}$

b) Ta có $\cos^2\alpha = \dfrac{15}{16}$ Do $\cos\alpha < 0$ nên $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

Đề số 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm) kiểm tra trong 15' thu bài.

Câu 1. Cho góc $\frac{11\pi}{12}$ Hãy điền Đúng, Sai vào các câu sau

(a) $\sin\frac{11\pi}{12} < 0$; ☐

(b) $\cos\frac{11\pi}{12} < 0$ ☐

(c) $\tan\frac{11\pi}{12} < 0$ ☐

(d) $\cot\frac{11\pi}{12} > 0$ ☐

Câu 2. Cho $\tan\frac{\alpha}{2} = 2$. Khi đó $\cos\alpha$ bằng

(a) $\frac{3}{5}$; (b) $-\frac{3}{5}$; (c) $\frac{5}{3}$; (d) $-\frac{5}{3}$;

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 3. Cho $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ khi đó $\sin 3\alpha$ bằng

(a) $\frac{1}{27}$; (b) $\frac{2}{27}$; (c) $-\frac{3}{27}$; (d) $\frac{23}{27}$

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông ở A.

Hãy chọn Đúng, Sai trong các câu sau

(a) $\sin B = \cos C$ ☐

(b) $\tan B = \tan C$ ☐

(c) $\cot B = \tan C$ ☐

(d) $\tan A = \tan B$ ☐.

Phần 2. Tự luận.

Câu 1. Cho $\sin\alpha + \cos\alpha = m$.

a) Tính $\sin\alpha\cos\alpha$; b) Tính $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha$

Câu 2. Chứng minh các công thức sau

a) $\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=\dfrac{2}{|\sin\alpha|}$;

b) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\dfrac{2\cos\alpha}{|\sin\alpha|}$.

ĐÁP ÁN

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm), mỗi câu 1 điểm.

Câu	1				2	3	4			
ĐA	(a)	(b)	(c)	(d)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
	S	Đ	Đ	S			Đ	S	Đ	S

Phần 2. Tự luận.

Câu 1. (3 điểm, mỗi câu 1,5 điểm).

a) Ta có $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1\right]=\dfrac{m^2-1}{2}$

b) Ta có $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=(\sin\alpha+\cos\alpha)(1+\sin\alpha\cos\alpha)=m(1+\dfrac{m^2-1}{2})=\dfrac{m^3+m}{2}$

Câu 2. (3 điểm, mỗi câu 1,5 điểm).

a) Ta có $\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=\sqrt{\dfrac{(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}+\sqrt{\dfrac{(1+\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}$

$=\dfrac{1-\cos\alpha+1+\cos\alpha}{|\sin\alpha|}=\dfrac{2}{|\sin\alpha|}$

b) Ta có $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\sqrt{\dfrac{(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}+\sqrt{\dfrac{(1+\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}$

$=\dfrac{1+\cos\alpha-1+\cos\alpha}{|\sin\alpha|}=\dfrac{2\cos\alpha}{|\sin\alpha|}$

Ôn tập cuối năm

PHẦN 1

NHỮNG VẤN ĐỀ CƠ BẢN

I. MỤC TIÊU

Ôn tập và củng cố toàn bộ kiến thức của ba chương: Bất đẳng thức – Bất phương trình, Thống kê và Gốc lượng giác – công thức lượng giác.

II. NỘI DUNG

Chương I:

Ôn tập về mệnh đề, mệnh đề kéo theo, mệnh đề tương đương, mệnh đề phủ định.

Tập hợp, các cách cho tập hợp, các phép toán về tập hợp.

Sai số tuyệt đối, chữ số đáng tin.

Chương II

Hàm số, tập xác định của hàm số, đồ thị của hàm số, điểm thuộc đồ thị hàm số, tính đồng biến, nghịch biến của hàm số, hàm số chẵn, hàm số lẻ.

Hàm số bậc nhất, đồ thị của hàm số bậc nhất, hệ số góc của đường thẳng. hai đường thẳng song song, hàm số $y = |x|$.

Hàm số bậc hai, tính đồng biến nghịch biến, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, đồ thị của hàm số, toạ độ đỉnh, trục đối xứng.

Chương III

Phương trình, điều kiện xác định, tập nghiệm, phương trình tương đương và phương trình hệ quả.

Phương trình bậc nhất, giải và biện luận phương trình bậc nhất chứa tham số, một số phương trình đưa về bậc nhất, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Phương trình bậc hai, định lí Vi–ét. Một số phương trình đưa về bậc hai.

Chương IV:

Bất đẳng thức: Các tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức Cô–si, bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Bất phương trình và hệ bất phương trình: Bất phương trình và các phép biến đổi tương đương bất phương trình, nghiệm và tập nghiệm của bất phương trình. Hệ bất phương trình.

Dấu của nhị thức bậc nhất: Định lí về dấu của nhị thức bậc nhất, các bất phương trình đưa về bậc nhất, phương pháp bảng và sơ lược về phương pháp khoảng.

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Tập nghiệm và cách biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng toạ độ. Bài toán kinh tế.

Dấu của tam thức bậc hai: Định lí về dấu của tam thức bậc hai, các bất phương trình quy về bậc hai.

Chương V

Bảng phân bố tần số, tần suất: Mẫu số liệu và kích thước mẫu, tần số, tần suất và bảng phân bố tần số, tần suất.

Biểu đồ: Biểu đồ tần số, tần suất hình cột, đường gấp khúc tần số, tần suất, biểu đồ tần suất hình quạt.

Số trung bình cộng, số trung vị, mốt: Khái niệm và cách tính.

Phương sai và độ lệch chuẩn: Khái niệm và các công thức tính.

Chương VI

Cung và góc lượng giác: Khái niệm đường tròn lượng giác, cung và góc lượng giác.

Giá trị lượng giác của một cung: sin, côsin, tan và côtang, các giá trị đặc biệt, các công thức cơ bản, quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

Công thức lượng giác: công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tổng thành tích và công thức biến đổi tích thành tổng.

III. YÊU CẦU

Học sinh ôn tập kĩ tất cả các kiến thức trên và vận dụng trong việc giải toán.

PHẦN 2

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

A. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của a và b để $A \subset B$. **Câu hỏi 2** $A \cap C \neq \varnothing$ khi nào? **Câu hỏi 3** Tìm phần bù của B trong $\mathbb{R}$. **Câu hỏi 4** $A \cap B \neq \varnothing$ khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $a \leq -1$ và $b > 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $c < -1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $(-\infty ; a) \cup [b ; +\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $a \leq 1$, $b > -1$ và $a < b$.

Bài 2.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tập xác định và xét tính chẵn – lẻ của hàm f_1 **Câu hỏi 2** Tìm tập xác định và xét tính chẵn	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tập xác dịnh của hàm số là : $\mathcal{D} = (-\infty ; 0] \cup (2 ; +\infty)$; hàm số không chẵn, không lẻ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\mathcal{D} = (-\infty ; 3) \cup (4 ; +\infty)$; hàm số

– lẻ của hàm f_2.	không chẵn, không lẻ.
Câu hỏi 3 Tìm tập xác định và xét tính chẵn – lẻ của hàm f_3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\mathcal{D} = (-\infty ; -1) \cup (1 ; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right\}$; hàm số chẵn.
Câu hỏi 4 Tìm tập xác định và xét tính chẵn – lẻ của hàm f_4.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\mathcal{D} = [-1 ; 1]$; hàm số lẻ.

Bài 3

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hai đường thẳng d_1 và d_2 có hệ số góc là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai đường thẳng lần lượt có hệ số góc là : m và –1.
Câu hỏi 2 Hai đường thẳng song song khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hai đường thẳng song song khi m = –1.
Câu hỏi 3 Hai đường thẳng vuông góc khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hai đường thẳng vuông góc khi m = 1.
Câu hỏi 4 Hai đường thẳng cắt nhau khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Hai đường thẳng cắt nhau khi m ≠ – 1.

Bài 4.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hàm số $y = \frac{2}{x}$ có tính chất gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàm số là hàm số lẻ.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình có nghiệm khi $\Delta \geq 0$,

Xác định phép tịnh tiến H_0 thành H_1 **Câu hỏi 3** Xác định phép tịnh tiến H_0 thành H_2.	Gọi $y = f(x)$ là đồ thị của H_0. Ta có H_1 có dạng $y = f(x-3)$. Dó đó tịnh tiến H_0 sang phải 3 đơn vị để có H_1 **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có thể viết $\frac{2-2x}{x} = \frac{2}{x} - 2$. Tịnh tiến (H_0) xuống dưới 2 đơn vị. Tâm đối xứng của (H_2) là $(0 ; -2)$.

Bài 5.

Hướng dẫn.

a) Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-6	↗ $+\infty$

GV tự vẽ đồ thị

b) Số giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) đúng bằng số nghiệm của phương trình

$x^2 - x - 6 - m = 0$.

H1. Hãy tính Δ.

H2. Dựa vào Δ để biện luận số nghiệm phương trình.

c) Hoành độ trung điểm là $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$

H1. Hãy áp dụng định lí Vi–et tìm x_0.

H2. Tìm tung độ y_0

Bài 6.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tính Δ. **Câu hỏi 2** Hai nghiệm trùng nhau khi nào? **Câu hỏi 3** Tính nghiệm gần đúng của phương trình khi $k = -\sqrt{7}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\Delta = -7(k^2 + 6k - 7)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi $\Delta = 0$, hay $k = 1$ và $k = -7$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Khi $k = -\sqrt{7}$ thì $\Delta = 42\sqrt{7}$ phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \frac{9 + \sqrt{7} - \sqrt{42\sqrt{7}}}{4} \approx 0,276$; $x_2 = \frac{9 + \sqrt{7} + \sqrt{42\sqrt{7}}}{4} \approx 5,547$.

Bài 7.

Hướng dẫn. Sử dụng định lí Vi–et.

a) $x_1 + x_2 = -2(\sqrt{3} + 1)$; $x_1x_2 = 2\sqrt{3}$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(\sqrt{3} + 1)^2 - 4\sqrt{3} = 4(4 + \sqrt{3}).$$

b) $x_1 \approx -0,73$; $x_2 \approx -4,73$.

Bài 8.

Hướng dẫn câu a)

Hãy tính và xét dấu Δ' và $\frac{c}{a}$

$$\Delta = -2m^2 + 54m;\ \frac{c}{a} = 6(m^2 - 5m + 6) \text{ và } -\frac{b}{a} = 4(m + 3).$$

Điền vào chỗ trống trong bảng sau:

m	$-\infty$		-3		0		2		3		27		$+\infty$
$\Delta' = -2m^2 + 54m$		...		...	0	...		...		...	0	...	
$\frac{c}{a} = 6(m^2 - 5m + 6)$		...		...		...	0	...	0	...		...	
$-\frac{b}{a} = 4(m + 3)$		...	0	...		...		...		...		...	

Hãy kết luận bài toán.

b)

H1. Khi m = 1 phương trình có nghiệm thế nào?

H2. Khi $m \neq 1$, tính và xét dấu Δ, $-\frac{b}{a}$ và $\frac{c}{a}$. Sau đó điền vào bảng sau:

m	$-\infty$		-3		-1		$\frac{3}{5}$		1		3		$+\infty$
$\Delta = 5m^2 + 2m - 3$		...		...	0	...	0	...		...		...	
$\frac{c}{a} = \frac{-m-3}{m-1}$		...	0	...		...		...		...		...	
$-\frac{b}{a} = \frac{m-3}{m-1}$		...		...		...		...		...	0	...	

H3. Kết luận bài toán.

Bài 9.

Hướng dẫn.

a) H1. Tìm điều kiện xác định của phương trình.

H2. Với điều kiện đó hãy biến đổi phương trình về dạng bậc nhất.

H3. Hãy biện luận số nghiệm phương trình.

Đáp số : Phương trình đã cho

– Có nghiệm $x = \frac{m+4}{m-1}$ nếu $m \neq 1$ và $m \neq -\frac{3}{2}$;

– Vô nghiệm nếu $m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$

b) H1. Hãy phá dấu giá trị tuyệt đối.

H2. Chia các trường hợp để giải phương trình.

Đáp số. Phương trình này có nghiệm $x = \frac{5}{m}$ nếu $m \neq 0$ và vô nghiệm nếu $m = 0$.

Phương trình này có nghiệm $x = \frac{1}{m+2}$ nếu $m \neq -2$ và vô nghiệm nếu $m = -2$.

c) Với điều kiện $x \geq 1$, ta có

$(mx + 1)\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow mx + 1 = 0$ hoặc $x - 1 = 0$.

(1) $mx + 1 = 0 \Leftrightarrow mx = -1$. Phương trình này vô nghiệm nếu $m = 0$ và có nghiệm $x = -\frac{1}{m}$ nếu $m \neq 0$. Giá trị này còn phải thoả mãn điều kiện $x \geq 1$, tức là

$-\frac{1}{m} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{m+1}{m} \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m < 0$.

(2) $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thoả mãn điều kiện $x \geq 1$).

Bài 10.

Hướng dẫn.

a) Đặt $S = x_1 + x_2$ và $P = x_1x_2$ Các điều kiện của bài toán được thể hiện qua hệ phương trình (ẩn S và P)

$$\begin{cases} S + P = 0 \\ mS - P = 3m + 4 \end{cases}$$

b) $S = -P = \frac{3m+4}{m+1} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}$ hoặc $m > -1$.

Kết hợp với câu a) để kết luận.

Bài 11.

Hướng dẫn câu a)

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Hãy tìm D, D_x, D_y.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $D = (m - 1)^2$ $D_x = (m- 1)(m + 2)$. $D_y = 3(1 - m)(m + 1)$.
Câu hỏi 2 Hãy tìm nghiệm của hệ.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(x ; y) = \left(\frac{m + 2}{m - 1} ; \frac{-3(m - 1)}{m - 1} \right)$ nếu $m \neq 1$; Vô số nghiệm $(x ; -2x + \frac{1}{2})$ với $x \in \mathbb{R}$ nếu $m = 1$.

Hướng dẫn b)

$(x ; y) = (3 ; -m - 4)$ nếu $m \neq -4$;

Vô số nghiệm $(x ; x - 3)$ nếu $m = -4$.

Bài 12.

a) $(1 ; -1)$, $\left(-\frac{2}{5} ; \frac{9}{5} \right)$.

b) $(2 ; 1)$, $(1 ; 2)$.

c) $(-1 ; 0)$, $(0 ; 1)$.

Bài 13.

a): Đặt $x = \sqrt{a^2 + 2}$ ta có $x \geq \sqrt{2}$ và bất đẳng thức trở thành

$$\frac{x^2+4}{x} \geq 4 \Leftrightarrow x + \frac{4}{x} \geq 4.$$

b) $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b^2}\,\frac{b^2}{c^2}} = 2\sqrt{\frac{a^2}{c^2}} = 2\left|\frac{a}{c}\right| \geq 2\frac{a}{c}$

Tương tự ta có

$$\frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq 2\frac{b}{a} \text{ và } \frac{c^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} \geq 2\frac{c}{b}$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức thu được, ta được điều phải chứng minh.

Bài 14. *Hướng dẫn.*

a)

$$x + \frac{2}{x+2} = (x+2) + \frac{2}{x+2} - 2 \geq 2\sqrt{(x+2).\frac{2}{x+2}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2.$$

b) $3x^2 + \frac{1}{x} = 3x^2 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} \geq 3\sqrt[3]{3x^2.\frac{1}{2x}.\frac{1}{2x}} = 3\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

Bài 15. *Hướng dẫn.*

Trên khoảng $(-0,5\ ;\ 2)$ ta có $2 - x > 0$ và $2x + 1 > 0$. Do đó

$$(2-x)(2x+1) = 2(2-x)(x+\frac{1}{2}) \leq 2\left[\frac{1}{2}\left((2-x)+(x+\frac{1}{2})\right)\right]^2 = \frac{25}{8}$$

Bài 16.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
Câu hỏi 1 Giải bất phương trình $x^2 - 4 > 0$ **Câu hỏi 2** Giải bất phương trình	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x < -2$ hoặc $x > 2$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Cho HS lập bảng xét dấu và được kết quả:

$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}\geq\frac{1}{x}$. **Câu hỏi 3** Giải hệ đã cho.	$(-2\,;-\sqrt{2}\,]\cup(-1\,;0)\cup[\sqrt{2}\,;+\infty)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hệ bất phương trình đã cho là $x>2$.

Hướng dẫn b)

$-2<x<-1$.

Bài 17.

a) H1. Tìm điều kiện của phương trình.

H2. Đặt điều kiện cho hai vế không âm rồi bình phương hai vế.

H3. Giải phương trình.

b) H1. Phá dấu giá trị tuyệt đối.

H2. Chia các trường hợp và giải phương trình..

c) Đặt $x^2+3x=t$.

Bài 18.

a) H1. Phá dấu giá trị tuyệt đối và chia các trường hợp để giải hệ bất phương trình.

H2. Giải từng bất phương trình trong hệ rồi lấy giao các nghiệm.

b)

H1. Tìm điều kiện của bất phương trình.

H2. Giải bất phương trình khi vế phải âm.

H3. Đặt điều kiện để hai vế không âm rồi bình phương hai vế.

c)

H1. Tìm điều kiện của bất phương trình.

H2. Giải bất phương trình khi vế phải âm.

H3. Đặt điều kiện để hai vế không âm rồi bình phương hai vế.

Bài 19.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy sắp xếp các số theo thứ tự lớn dần. **Câu hỏi 2** Tìm số trung bình. **Câu hỏi 3** Tìm số trung vị.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV hướng dẫn HS tự sắp xếp. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số trung bình $\overline{x} = 66,66$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số trung vị là trung bình cộng của hai số thứ 16 và thứ 17 $M_e = 65,5$.

c) Điền vào bảng sau:

Lớp	Phần tử đại diện	Tần số
[40 ; 50)	45	4
[50 ; 60)	..	..
[60 ; 70)	..	..
[70 ; 80)	..	..
[80 ; 90)	..	..
[90 ; 100)	..	..
		N = 32

Bài 20.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Dấu hiệu điều tra là gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Dấu hiệu điều tra: Số tiền mua hàng.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tìm phần tử đại diện của mỗi lớp	49,5 ; 149,5 ; 249,5 ; 349,5 ; 349,5.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Tìm số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn.	$\overline{x} \approx 216,17$; $s^2 \approx 9841,26$; $s \approx 99,20$.

Bài 21.

a) Đơn vị điều tra : Cán bộ. Dấu hiệu : tuổi.

b) Bảng phân bố tần số – tần suất ghép nhóm :

Lớp	Phần tử đại diện	Tần số	Tần suất
[20 ; 30)	25	13	21,67%
[30; 40)	35	26	43,33%
[40 ; 50)	45	15	25%
[50 ; 60)	55	6	10%
		N = 60	

c) Số trung bình : $\overline{x} \approx 37,33$.

d) Phương sai là 81 ; Độ lêch chuẩn là 9.

d) Biểu đồ tần số hình cột, biểu đồ tần suất hình quạt GV tự vẽ.

Bài 22.

a) Ta có : $\cos\alpha < 0$ và $\sin\beta > 0$. Do đó

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3} \; ; \; \sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = -\frac{\sqrt{5}}{3}.\left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{2}{3}\,\frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}{12} \; ;$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{2}{3}.\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right).\frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{-6-\sqrt{35}}{12} \; ;$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{12} \; ;$$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta = \dfrac{-6 + \sqrt{35}}{12}$

GV tự suy ra các giá trị còn lại.

b) Do $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{3\pi}{4}$ nên $\pi < 2\alpha < \dfrac{3\pi}{2}$. suy ra $\cos2\alpha < 0$, $\sin\alpha > 0$ và $\cos\alpha < 0$.

Vậy

$\cos2\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = -\dfrac{3}{5}$;

$2\sin^2\alpha = 1 - \cos2\alpha = 1 + \dfrac{3}{5} = \dfrac{8}{5} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$;

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos2\alpha = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5} \Rightarrow \cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$; $\tan\alpha = -2$; $\cot\alpha = -\dfrac{1}{2}$

Bài 23.

a) $\sin^2\left(\dfrac{\pi}{8} + a\right) - \sin^2\left(\dfrac{\pi}{8} - a\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin2a.$

b) Ta có $\cos\dfrac{2\pi}{3} = -\cos\dfrac{\pi}{3}$ và $\sin\dfrac{2\pi}{3} = \sin\dfrac{\pi}{3}$. Từ đó

$\cos^2\alpha + \cos^2\left(\alpha - \dfrac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\dfrac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \dfrac{3}{2}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = \dfrac{3}{2}$

c) Ta có

$\tan\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right)\tan\alpha\tan\left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) = \dfrac{3 - \tan^2\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}\tan\alpha$, và

$\tan3\alpha = \dfrac{3 - \tan^2\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}\tan\alpha$.

Bài 24.

a) $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = (\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha)(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha) =$

$= \sin^2\alpha\cos^2\beta - \sin^2\beta\cos^2\alpha = \sin^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - \sin^2\beta(1 - \sin^2\alpha) = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$

$= (1 - \cos^2\alpha) - (1 - \cos^2\beta) = \cos^2\beta - \cos^2\alpha.$

b) $\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta) = (\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha)\,(\cos\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\alpha) =$

$= \sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta + \sin^2\alpha\sin\beta\cos\beta + \cos^2\alpha\sin\beta\cos\beta + \sin\alpha\cos\alpha\sin^2\beta =$

$= \sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta + \sin^2\beta) + \sin\beta\cos\beta\,(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = \frac{1}{2}(\sin2\alpha + \sin2\beta)$

c) Ta có

$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

Tương tự $\tan\alpha - \tan\beta = \dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

Do đó $\dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{\tan\alpha - \tan\beta} = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}$

Bài 25.

Ta có $\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\sin(\alpha + \dfrac{\pi}{4})$

Do đó C = $\sqrt{2}$ $\beta = \dfrac{\pi}{4}$

B. MỘT SỐ ĐỀ TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Đề số 1

Câu 1. Cho A = {1; 2; 3} ; B = {−1; 2; 5}

Hãy điền đúng – sai vào các câu sau

(a) $A \cup B = \{-1; 1; 2; 3; 5\}$ ☐

(b) $A \cap B = \varnothing$ ☐

(c) $A \setminus B$ {1; 3} ☐

(d) $(A \cup B) \setminus B = A \cup B$ ☐

Câu 2. Một hình chữ nhật có chiều dài 3m ± 0,1m, chiều rộng 2m ± 0,2m, khi đó chu vi P bằng

(a) 5m ± 0,1m

(b) 5m ± 0,2m

(c) 5m ± 0,3m

(d) 5m ± 0,6m

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 3. Cho 2 đường thẳng $(d_1) : x + y + m = 0$

$(d_2) : 2x + my - 1 = 0$

Hãy điền đúng – sai vào các câu sau

(a) $d_1 // d_2 \Leftrightarrow m = 2$ ☐

(b) $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m = -2$ ☐

(c) d_1 cắt $d_2 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$ ☐

(d) d_1 cắt $d_2 \Leftrightarrow m = \pm 2$ ☐

Câu 4. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $\sqrt{x-1} = x \Leftrightarrow x - 1 = x^2$

(b) $\sqrt{x-1} = x \Leftrightarrow x - 1 = x^2$ và $x > 1$

(c) $\sqrt{x-1} = x \Leftrightarrow x - 1 = x^2 + 1$

(d) $\sqrt{x-1} = x \Leftrightarrow x = x^2 + 1$

Câu 5. Parabol (p) : $y = x^2 - x + 1$ và đường thẳng (d) : $y = x + 1$

(a) không cắt nhau

(b) tiếp xúc với nhau

(c) có 2 điểm chung

(d) cả ba câu trên đều sai.

Câu 6. Doanh thu của một cửa hàng trong một ngày được cho bởi số liệu sau (đơn vị tính triệu đồng) trong 1

20 2 25 5 7 12 13

số trung bình là

(a) 9 (b) 10

(c) 11 (d) 12

Câu 7 Số trung vị của dãy số liệu cho ở câu 6 là :

(a) 2 (b) 25

(c) 5 (d) 7

Câu 8. Cho biết $\cos x + \sin x = 1$, khi đó $\sin 2x$ bằng

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) -1

Câu 9. Cho biết $\cos x + \sin x = 1$,

khi đó $\sin^3 x + \cos^3 x$ bằng

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

Câu 10. Cho biết $\sin 3x = 0$ khi đó

$\sin x \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ bằng

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 2

Đề số 2

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{5-x}$ xác định trên tập số nguyên.

Khi đó tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là

(a) $D = \{0; 1\}$ (b) $D = \{0; 1; 2\}$

(c) $D = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ (d) $D = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; -1\}$

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 2. Hãy chọn mệnh đề trong các câu sau đây

(a) Mùa xuân hay có mưa phùn

(b) Hồ Gươm là trái tim của Hà Nội

(c) 2758 là số nguyên tố

(d) cả ba câu trên không là mệnh đề.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = (x - 1)(x - 2) + x + 3$.

(a) Hàm số đồng biến $\forall x$

(b) Hàm số nghịch biến $\forall x$

(c) Hàm số đồng biến $\forall x > 5$ và nghịch biến $\forall x < 5$

(d) Hàm số là hàm hằng.

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x^2+2x-5}$ là

(a) $x \geq 1$ (b) $x \leq -1 - \sqrt{6}$

(c) $x \geq 1 + \sqrt{6}$ (d) $1 \leq x \leq 1 + \sqrt{6}$

Câu 5. Phương trình $x^2 + x + \sqrt{x^2+x+1} + m - 1 = 0$ có nghiệm khi

(a) $m > 0$ (b) $m < 0$

(c)$m \geq 0$ (d) $m \leq 0$

Câu 6. $f(x) = x^2 + 2mx + 3m - 2$ dương $\forall x$ khi

(a) $m < 1$ (b) $m > 2$

(c) $1 < m < 2$ (d) cả ba câu trên đều sai.

Câu 7 Cho bảng tần số sau

lớp	khoảng	tần số
1	[40; 49]	5
2	[50; 59]	12
3	[60; 69]	18
4	[70; 80]	15
		N=50

Số trung bình của bảng tần số là

(a) 4 (b) 4,7

(c) 4,76 (d) 4,8

Đề số 3

Câu 1. Cho tập hợp A và B với $A \cap B = \varnothing$

Kí hiệu $|A|$ là số phần tử của tập A.

Khi đó :

(a) $|A| + |B| > |A \cup B|$ (b) $|A| + |B| = |A \cup B|$

(c) $|A| + |B| < |A \cup B|$ (d) cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 2. Cho mệnh đề chứa biến $p(x)$: "$x^2 > 5x$"

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

(a) $p(-1)$ (b) $p(0)$

(c) $p(1)$ (d) $p(2)$

Câu 3. Cho hai đường thẳng $d_1 : 2x + my + 1 = 0$

$d_2 : x + 3y - 2 = 0$

$d_1 // d_2$ khi

(a) $m = 1$ (b) $m = 2$

(c) $m = 4$ (d) $m = 6$.

Câu 4. Cho parabol có phương trình $y = x^2 + x$.

(a) $y = x^2 + x + 3$ (b) $y = x^2 + 7x + 12$

(c) $y = x^2 + x - 3$ (d) $y = 3x^2 + 3x$

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 0$ là

(a) 1 (b) -1

(c) 0 (d) vô nghiệm

Câu 6. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$ là

(a) $(0; 0)$ (b) $(1; 1)$

(c) $(2; 2)$ (d) vô nghiệm

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 7 Cho bảng phân bố sau

x	tần số n	tần suất f
0	0	(a)...
1	0	(b)...
2	3	(c)...

3	5	(d)…
4	5	(e)…
5	9	(f)…
6	12	(g)…
7	4	(h)…
8	14	(i)…
	N=…	

Khi đó N bằng

(a) 40 (b) 41

(c) 42 (d) 10.

Câu 8. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng trên.

Câu 9. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau.

(a) $\cos 40^{o} + \cos 60^{o} = \cos 100^{o}$ (b) $\cos 40^{o} - \cos 60^{o} = \cos 20^{o}$

(c) $\cos 40^{o} + \cos 60^{o} = 2\cos 50^{o}\cos 10^{o}$ (d) cả ba câu trên đều sai.

Câu 10. Cho $\cos\alpha = m$ khi đó $\sin\alpha$ bằng

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) một kết quả khác.

Đề số 4

Câu 1. Cho $A \cap B = \phi$. Kí hiệu $|M|$ là số phần tử của tập M.

Khi đó

(a) $|A \setminus B| = |A|$ (b) $|B \setminus A| = B$

(c) $|A \bigcap B| = 0$ (d) cả ba câu đều sai.

Hãy chọn kết quả sai.

Câu 2. Cho mệnh đề P : "207958937 là số nguyên tố"

Q : "12 ∴ 4"

Khi đó : $P \Rightarrow Q$

(a) Sai

(b) không là mệnh đề

(c) đúng

(d) cả ba câu đều sai.

Câu 3. Cho parabol : $y = 2x^2 + 3x - 3$. Khi đó trục đối xứng của parabol là

(a) $x = \frac{3}{2}$

(b) $x = -\frac{3}{4}$

(c) $x = \frac{3}{4}$

(d) $x = -\frac{3}{2}$

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^2 + 3x + 3$ là

(a) $\frac{31}{4}$

(b) $-\frac{31}{4}$

(c) không tồn tại

(d) cả ba câu đều sai.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$.

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm trái dấu là

(a) $m = 1$

(b) $m > 1$

(c) $m < 1$

(d) không có m

Câu 6. Cho phương trình $x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2.

Khi đó : $x_1^2 + x_2^2$ bằng

(a) $9 - 2\sqrt{2}$

(b) $9 + 2\sqrt{2}$

(c) $3 - \sqrt{2}$

(d) $3 + \sqrt{2}$

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $x^3 + x^2 + x > 0$ là

(a) $x = 0$

(b) $x < 0$

(c) $x > 0$

(d) $x > 1$

Câu 8. Cho bảng phân bố

x	Tần số n
1	20
2	50
3	20
4	10
	N=100

a) Số trung bình cộng là

(a) 2 (b) 2,2

(c) 2,3 (d) 2,4

b) Một là :

(a) x = 1 (b) x = 2

(c) x = 3 (d) x = 4

c) Số trung vị là

(a) 2 (b) 3

(c) 2,5 (d) 4

Câu 9. Hãy chọn công thức đúng trong các công thức sau

(a) $\sin 120^\circ = \sin 2.60^\circ = 2\sin 60^\circ \cos 60^\circ$;

(b) $\sin 120^\circ = \sin(60^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ + \sin 60^\circ$;

(c) $\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 90^\circ + \sin 30^\circ$;

(d) $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 180^\circ - \sin 60^\circ$

Câu 10. Cho $\tan\alpha = m$ khi đó $\cos\alpha$ bằng

(a) 2 (b) −2

(c) $\pm\sqrt{\dfrac{1}{1+m^2}}$ (d) một kết quả khác.

Đề số 5

Câu 1. Cho 2 tập hợp A và B có $A \cap B \neq \varnothing$. Kí hiệu $|M|$ là số phần tử của tập M.

Khi đó

(a) $|A \cup B| \leq |A| + |B|$

(b) $|A \cup B| \geq |A|$

(c) $|A \cup B| \geq |B|$

(d) $|A \cup B| = |A| + |B|$

Hãy chọn kết luận sai trong các kết luận sau.

Câu 2. Cho hai mệnh đề

P : 7 là hợp số"

Q : "$2^{2005} - 1$ là số nguyên tố

Khi đó mệnh đề $P \Rightarrow Q$

(a) đúng

(b) sai

(c) không là mệnh đề

(d) cả ba kết luận trên đều sai.

Câu 3. Cho f là hàm số chẵn, g là hàm số lẻ

Khi đó $S(x) = f(x) + g(x)$

(a) là hàm số chẵn

(b) là hàm số lẻ

(c) là hàm số không chẵn, không lẻ

(d) cả ba kết luận trên đều đúng.

Câu 4. Cho f và g như câu 3

Khi đó $S(x) = f(x)\ \ g(x)$

(a) hàm số chẵn

(b) hàm số lẻ

(c) hàm số không chẵn, không lẻ

(d) cả ba kết luận đều sai.

Câu 5. Cho d : $y = 2x + m$

$p : y = x^2 + 2mx + 1$.

a) Điều kiện để a và P cắt nhau tại 2 điểm phân biệt là

(a) $0 < m < 1$

(b) $m < 0$ hoặc $m > 1$

(c) $0 \leq m \leq 1$

(d) $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$

Câu 6. Đề như câu 5

Giả sử d và P cắt nhau tại 2 điểm A và B

Khi đó : trung điểm của đoạn AB có hoành độ là

(a) $m - 1$ (b) $\dfrac{m-1}{2}$

(c) $1 - m$ (d) $\dfrac{1-m}{2}$

Câu 7 Hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = 1 \end{cases}$

(a) luôn có nghiệm (b) có nghiệm khi $m \neq 1$

(c) luôn có nghiệm $m \neq -1$ (d) có nghiệm khi $m \neq$ một số khác.

Câu 8. Cho bảng thống kê sau

x	**Tần số n**	**Tần suất f(%)**
0	0	(a)...
1	0	(b)...
2	3	(c)...
3	5	(d)...
	N = 22	

a) Số trung bình (làm tròn đến hàng phần trăm) là

(a) 1 (b) 1,91

(c) 1,9 (d) 1,09

b) Số trung vị là

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

c) Mốt là

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

d) Phương sai là :

(a) 1 (b) nhỏ hơn 1

(c) lớn hơn 1 (d) không tồn tại.

Đề số 6

Câu 1. Cho A và B là hai tập $A \cap B \neq \phi$

Kí hiệu $|\Omega|$ là số phần tử của tập Ω.

Khi đó

(a) $|A \setminus B| \leq |A|$ (b) $|A \setminus B| \leq |B|$

(c) $|B \setminus A| \leq |B|$ (d) $|B \setminus A| = |A \cup B| - |A|$

Hãy chọn kết luận sai.

Câu 2. Cho $A = \{x \in R | x - 2 > 0\}$

$B = \{x \in R | x^2 + 2x - 3 \leq 0\}$.

Khi đó $A \cap B$ là

(a) $\{x \in R | x > 2\}$ (b) $\{x \in R | -3 \leq x \leq 0\}$

(c) ϕ (d) một kết quả khác.

Câu 3. Hàm số : $y = |x - 1| + |x + 1|$.

(a) luôn luôn đồng biến (b) luôn luôn nghịch biến

(c) là hàm số hằng (d) một kết quả khác.

Câu 4. Phương trình $|x - m| = 2$ có số nghiệm là

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) vô nghiệm

Câu 5. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ 2x - m \end{cases}$ có nghiệm là.

(a) $m \leq 4$ (b) $m \leq 2$

(c) $m > 4$ (d) $m > 2$.

Câu 6. Hai đường thẳng $y = 2x + m - 3$

$y = mx - 2$

song song khi

(a) $m = 2$ (b) $m = -\frac{1}{2}$

(c) $m = 3$ (d) $m = 4$.

Câu 7. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng

$y = 2x + 1$

(a) $y = -2x + 1$ (b) $2y + x - 3 = 0$

(c) $y = \frac{1}{2}x + 3$ (d) $y = x + 1$

Câu 8. Cho bảng thống kê

Lớp	***Giá trị đại lượng***
[1,5 ; 1,6]	(a)
[1,6 ; 1,7]	(b)
[1,7 ; 1,8]	(c)
[1,8 ; 1,9]	(d)

Hãy điền vào chỗ trống.

Câu 9. Hãy chọn kết quả sai trong các công thức sau

(a) $\tan 2\pi = \tan\pi + \tan\pi$

(b) $\tan 3\pi = \tan\pi + \tan\pi + \tan\pi$

(c) $\tan n\pi = \tan\ \pi + \tan\pi +$ $+ \tan\pi$

(d) cả ba câu trên đều sai

Câu 10. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

(a) $\sin^2\frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$;

(b) $\sin^2\frac{\pi}{3} = \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$

(c) $\sin^2\frac{\pi}{3} = \frac{1-\cos\frac{2\pi}{3}}{2}$;

(d) $\sin^2\frac{\pi}{3} = \cos^2\frac{\pi}{3}$

TRẢ LỜI

Đề số 1

Câu	Kết quả			
Câu 1	a	b	c	d
	Đ	Đ	Đ	S
Câu 2	d			
Câu 3	a	b	c	d
	Đ	Đ	Đ	S
Câu 4	d			
Cau 5	c			
Câu 6	d			
Câu 7	c			
Câu 8	a			
Câu 9	b			
Câu 10	b			

Đề số 2

Bài	Kết quả
Câu 1	d
Câu 2	c
Câu 3	c
Câu 4	c
Cau 5	d
Câu 6	c
Câu 7	c

Đề số 3

Bài	Kết quả
Câu 1	b
Câu 2	a
Câu 3	d
Câu 4	b
Cau 5	c
Câu 6	b
Câu 7	c

Câu 8	a	b	c		d
	0	0	$\frac{3}{42}$		$\frac{5}{42}$
	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)

	$\frac{5}{42}$	$\frac{9}{42}$	$\frac{12}{42}$	$\frac{4}{42}$	$\frac{4}{42}$
Câu 9	c				
Câu 10	d				

Đề số 4

Bài	Kết quả
Câu 1	d
Câu 2	c
Câu 3	b
Câu 4	b
Cau 5	c
Câu 6	a
Câu 7	c
Câu 8	
a)	b
b)	b
c)	a
Câu 9	a
Câu 10	c

Đề số 5

Câu	Kết quả
Câu 1	d
Câu 2	a
Câu 3	c
Câu 4	b
Cau 5	b
Câu 6	a
Câu 7	a
Câu 8	
a)	b
b)	c
c)	d
d)	c

Đề số 6

Câu	Kết quả
Câu 1	a
Câu 2	c
Câu 3	d
Câu 4	b
Cau 5	b
Câu 6	a

Câu 7	b			
Câu 8	a	b	c	d
	1,55	1,65	1,75	1,85
Câu 9	d			
Câu 10	c			

D. MỘT SỐ ĐỀ BÀI ÔN TẬP VÀ KIỂM TRA CUỐI NĂM

Gồm hai phần:

Câu hỏi trắc nghiệm khách quan: 4 điểm, làm trong 15 phút, thu bài ngay.

Câu hỏi và bài tập tự luận : 6 điểm

Đề số 1

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Xét phương trình $x^2 - 2x = -x^2 + \sqrt{7}$

Hãy chọn kết luận sai trong các kết luận sau:

(a) Phương trình luôn có nghiệm.

(b) Phương trình luôn có nghiệm âm.

(c) Phương trình luôn có nghiệm dương.

(d) Phương trình vô nghiệm.

Câu 2. Hàm số $y = 3x + m - 1$

(a) Luôn đồng biến trên **R**.

(b) Luôn nghịch biến trên **R**.

(c) Đồng biến hoặc nghịch biến tên **R** tuỳ theo m.

(d) Chỉ có một giá trị của m để hàm số là hàm số hằng.

Hãy tìm câu trả lời đúng.

Cho dãy số liệu thống kê : 1, 1, 3, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10.

Câu 3. Kích thước của mẫu là

(a) 10; (b) 11

(c) 8; (d) 9.

Câu 4. Số trung vị là?

(a) 7; (b) 8;

(c) 7,5 (d) 10.

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $(m-1)x + (m^2-1) = 0$;

b) $x^2 = 2m\,x + m - 1$.

Câu 2. Thống kê số điểm kiểm tra văn một tiết của tổ 1 gồm 9 em như sau:

Điểm	**Tần số**
[1 ; 4]	2
[5 ; 6]	4
[7 ; 10]	3
Tổng	9

a) Xác định số trung vị thuộc đoạn nào?

b) Tính số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn.

Câu 3. Chứng minh rằng phương trình sau vô nghiệm với mọi m.

a) $x^2 - 2x + m^2 + 3m + 4 = 0$

b) $(m^2+1)x^2 + 4x + 7 = 0$

Hướng dẫn và đáp án:

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1 (1 đ). Chọn (d).

Câu 2 (1 đ). Chọn (b).

Câu 3 (1 đ). Chọn (a).

Câu 4 (1 đ). Chọn (b).

II. TỰ LUẬN

Câu 1. (2 đ, mỗi câu 1 đ)

a) Với m = 1, phương trình có vô số nghiệm;

Với $m \neq 1$, phương trình có nghiệm duy nhất $x = -m - 1$.

b) Phương trình trở thành : $x^2 - 2mx - m + 1 = 0$.

Ta có $\Delta' = m^2 + m - 1$.

Với $m \in \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$, phương trình vô nghiệm.

Với $m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ phương trình có nghiệm kép.

Trường hợp còn lại phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. (3 đ, câu a) 1 điểm, câu b) 2 điểm)

a) Só trung vị là số thứ $5 \in [5 ; 6]$.

b) Phần tử đại diện của mỗi khoảng tương ứng là : 2,5 ; 5,5 ; 8,5.

Số trung bình cộng là $\frac{2,5.2+5,5.4+8,5.3}{9} \approx 5,8$.

c) Độ lệch chuẩn : 2,2 ;.Phương sai: 4,9.

Câu 3. (1 điểm).

a) Ta có $\Delta' = 1 - m^2 - 3m - 4 = -m^2 - 3m - 3 < 0$.

b) $\Delta' = 2 - 7(m^2 + 1) = -7m^2 - 5 < 0$.

Đề số 2

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Xét phương trình $x+\sqrt{x-4}=4-\sqrt{4-x}$

Hãy chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

(a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 4$;

(b) Điều kiện xác định của phương trình là $x \leq 4$;.

(c) Điều kiện xác định của phương trình là $x = 3$;

(d) Phương trình có vô số nghiệm.

Câu 2. Hãy chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

(a) $\cos 10^o + \cos 20^o = \cos 30^o$

(b) $\sin 10^o + \sin 20^o = \sin 30^o$

(c) $\tan 10^o + \tan 20^o = \tan 30^o$;

(d) $\cos 10^o + \cos 20^o = 2\cos 5^o \cos(-15^o)$.

Câu 3. Bất phương trình $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} > 0$ nghiệm là :

(a) $x \geq 0$.

(b) $x \neq 0$;

(c) $x > 0$;

(d) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 4. $\cos\frac{591\pi}{4}$ bằng.

(a) 0;

(b) -1

(c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Giải các bất phương trình sau:

a) $x^2 + 2x - 2 < 0$;

b) $\frac{(x-2)(x^2-2)}{\sqrt{x}-1} > 0$.

Câu 2. Chứng minh các công thức sau.

(a) $\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{4\pi}{7}+\sin\frac{6\pi}{7}=\frac{\cot\frac{\pi}{14}}{2}$

b) $\tan^2 x=\frac{2\sin 2x-\sin 4x}{2\sin 2x+\sin 4x}$

Câu 3. Tìm mốt trong dãy số liệu thống kê sau: 1, 2, 3, 4, 2, 5, 3, 6, 2, 4, 7, 8, 5.

Hướng dẫn và đáp án:

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1 (1 đ). Chọn (a).

Câu 2 (1 đ). Chọn (d).

Câu 3 (1 đ). Chọn (a).

Câu 4 (1 đ). Chọn (c).

II. TỰ LUẬN

Câu 1. (3 đ, mỗi câu 1,5 đ)

a) Bất phương trình có nghiệm là : $-1-\sqrt{3}<x<-1+\sqrt{3}$

b) Điều kiện xác định của bất phương trình là : $x\geq 0$ và $x\neq 1$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	1	2	$+\infty$
$x-2$				$-$	$-$	$-$ 0	$+$
x^2-2		$+$ 0	$+$	$+$ 0	$+$	$+$	$+$
$\sqrt{x}-1$			$-$	$-$	0 $+$		$+$
Kết quả	0		$+$ 0	$-$	$\|\|$	$-$ 0	$+$

Kết luận: Tập nghiệm là $[0\,;\,\sqrt{2}\,]\cup[2\,;+\infty)$

Câu 2. (2 đ, mỗi câu 1 điểm)

a) Ta có VT $.\sin\frac{\pi}{7} = \sin\frac{2\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{4\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{6\pi}{7}\sin\frac{\pi}{7}$

$$= \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{3\pi}{7}\right)+\frac{1}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{7}-\cos\frac{5\pi}{7}\right)+\frac{1}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{7}-\cos\frac{7\pi}{7}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\pi}{7}\right) = \cos^2\frac{\pi}{14}$$

Lại có $\sin\frac{\pi}{7} = 2\sin\frac{\pi}{14}\cos\frac{\pi}{14}$ nên VT $= \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{14}$

b) Ta có

$$\text{VP} = \frac{2\sin 2x-\sin 4x}{2\sin 2x+\sin 4x} = \frac{2\sin 2x(1-\cos 2x)}{2\sin 2x(1+\cos 2x)} = \frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x} = \tan^2 x$$

Câu 3. (1 điểm).

Mốt là số 2.

Đề số 3

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Miền xác định của hàm số $y = x + |x| + \frac{1}{\sqrt{2-3x}}$ là

(a) **R**. (b) $x \le \frac{2}{3}$

(c) $x < \frac{2}{3}$; (d) $x \ne \frac{2}{3}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $-2x^2 + x - 2 \ge 0$ là

(a) $\mathbb{R}$. (b) $\varnothing$.

(c) Một khoảng ; (d) Một đoạn

Câu 3. Thống kê số tiền điện thoại 12 hộ dân trong một tổ dân số ta được kết quả như sau :

55, 76, 85, 75, 53, 63, 72,

64, 82, 96, 112, 210.

Số trung bình là (tính đến hàng phần trăm) :

(a) 81;
(b) 82;
(c) 82,08;
(d) 83.

Câu 4. Trên đường tròn đơn vị một cung tròn có số đo là 22536°

Hãy chọn số đo radian của cung tròn đó trong các cung tròn có số đo sau đây.

(a) $-\frac{\pi}{5}$;
(b) $\frac{\pi}{5}$;
(c) $125\pi - \frac{\pi}{5}$;
(d) $125\pi + \frac{\pi}{5}$

II. CÂU HỎI TỰ LUẬN

Câu 1. Xác định m để các tam thức sau luôn dương với mọi x:

a) $(m-1)x^2 - 2mx + m - 6$;
b) $(m+1)x^2 - 2mx + m + 3$.

Câu 2. Tính

a) $\cos\frac{\pi}{5} + \cos\frac{2\pi}{5} + \ldots + \cos\frac{9\pi}{5}$.

b) $\sin\frac{\pi}{5} + \sin\frac{2\pi}{5} + ..\sin\frac{9\pi}{5}$

Câu 3. Số tiền điện của 30 hộ dân ở một khu phố cho bởi bảng sau:

Lớp	**Lớp**	**Tần số**
1	[60; 69]	5
2	[70; 79]	10
3	[80; 89]	8
4	[90; 99]	7
		N = 30

a) Hãy tính số tiền trung bình mỗi hộ tiêu thụ điện trong một tháng.

b) Tính tần suất của mỗi lớp.

Hướng dẫn và đáp án:

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1 (1 đ). Chọn (c).

Câu 2 (1 đ). Chọn (d).

Câu 3 (1 đ). Chọn (c).

Câu 4 (1 đ). Chọn (d).

II. CÂU HỎI TỰ LUẬN

Câu 1. (2 đ, mỗi câu 1 đ)

a) Tam thức luôn luôn dương khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m+1>0 \\ \Delta = m^2-(m^2-5m+6)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m<\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

b) Tam thức luôn luôn dương khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m+1>0 \\ \Delta = m^2-(m^2+4m+3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m>-\dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 2. (2 đ, mỗi câu 1 điểm)

a) Ta có $\cos\dfrac{6\pi}{5}=\cos(\pi+\dfrac{\pi}{5})=-\cos\dfrac{\pi}{5}$; $\cos\dfrac{8\pi}{5}=\cos(\pi+\dfrac{3\pi}{5})=-\cos\dfrac{3\pi}{5}$;

$\cos\dfrac{9\pi}{5}=\cos(\pi+\dfrac{4\pi}{5})=-\cos\dfrac{4\pi}{5}$

Do đó: $\cos\dfrac{\pi}{5}+\cos\dfrac{2\pi}{5}+\ldots+\cos\dfrac{9\pi}{5}=\cos\pi=-1$

b) Làm tương tự câu a).

ĐS. 0

Câu 3. (3 điểm, mỗi câu 1,5 đ).

a) $\bar{x} \approx 80,2$ (đơn vị nghìn đồng).

b) Tần suất tương ứng là : 16,7 ; 33,3 ; 26,7 ; 23,3.

Đề số 4

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho bất phương trình

$$x + \frac{3}{x-2} \geq 2 + \frac{3}{x-2} \qquad (1)$$

Tập nghiệm của bất phương trình là :

(a) $S = [2; +\infty)$; (b) $S = (2; +\infty)$;

(c) $S = R \setminus \{2\}$; (d) cả ba phương án trên đều sai.

Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 2. Thống kê số tiền điện thoại 12 hộ dân trong một tổ dân số ta được kết quả như sau :

55, 76, 85, 75, 53, 63,

72, 64, 82, 96, 112, 210.

số trung vị là (tính đến hàng phần trăm)

(a) 63; (b) 72;

(c) ; (d) 67,5

19. Góc có số đo $\frac{5\pi}{12}$ có số đo độ là

(a) 75; (b) 80;

(c) 85 ; (d) 60.

Câu 4. Không giải bất phương trình $x^2 + 7x - 12 < 0$.

Hãy điền đúng–sai vào ô trống.

Bất phương trình

(a) có hai nghiệm;

(b) luôn có nghiệm; ☐

(c) vô nghiệm ☐

(d) có nghiệm là một khoảng ☐

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số tam thức $f(x) = x^2 - 2x + m - 1$

a) Xác định m để tam thức có hai nghiệm phân biệt.

b) Xác định m để $f(x) < 0$ với mọi x $\in (-1 : 1)$.

Câu 2. Chứng minh rằng

a) $\sin a + \sin(\frac{\pi}{3} - a) + \sin(\frac{\pi}{3} + a) = \frac{1}{4}\sin 3a$:

b) $\cos a + \cos(\frac{\pi}{3} - a) + \cos(\frac{\pi}{3} + a) = \frac{1}{4}\cos 3a$

Câu 3. Số tiền điện của 31 hộ dân ở một khu phố cho bởi bảng sau:

Lớp	**Lớp**	**Tần số**
1	[60; 69]	5
2	[70; 79]	10
3	[80; 89]	9
4	[90; 99]	7
		N = 31

a) Số trung vị thuộc đoạn nào?

b) Tính độ lệch chuẩn.

Hướng dẫn và đáp án:

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1 (1 đ). Chọn (b).

Câu 2 (1 đ). Chọn (c).

Câu 3 (1 đ). Chọn (a).

Câu 4 (1 đ). (a) S (b) Đ (c) S (d) Đ

II. TỰ LUẬN

Câu 1. (2 đ, mỗi câu 1 đ)

a) $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0$ hay $1 - m + 1 > 0$ hay $m < 2$.

b) $f(x) < 0$ x $\forall$ x $\in(-1 ; 1)$ khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(-1) < 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} m - 2 < 0 \\ m + 2 < 0 \end{cases} \text{ hay } m < -2.$$

Câu 2. (3 đ, mỗi câu 1,5 điểm)

a) Ta có VT $= -\frac{1}{2}\sin a(\cos\frac{2\pi}{3} - \cos a) = \frac{1}{4}\sin a(3 - 4\sin^2 a) = \frac{1}{4}\sin 3a$

b) Chứng minh tương tự

Câu 3. (3 điểm).

a) Số trung vị là số thứ 16. Vậy nó thuộc đoạn [80 ; 89].

b) Độ lệch chuẩn là : 10,1.

PHỤ LỤC

I. ĐƠN GIẢN CÁC BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC BẰNG MAPLE

Để đơn giản các biểu thức lượng giác cũng như đơn giản các biểu thức trong maple, ta sử dụng cú pháp : **simplify.** Sau đây là một số ví dụ được lấy ra từ SGK.

Ví dụ.

```
> simplify (sin(x)^4-cos(x)^4);
```

$$1 - 2\cos(x)^2$$

Vậy ta thấy $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\cos^2 x$

```
> simplify(sin(x)^6+cos(x)^6);
```

$$1 - 3\cos(x)^2 + 3\cos(x)^4$$

Vậy ta thhấy $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\cos^2 x + 3\cos^4 x$

Bằng cách tương tự ta có:

```
> simplify(sin(x)^10+cos(x)^10);
```

$$1 - 5\cos(x)^2 + 10\cos(x)^4 - 10\cos(x)^6 + 5\cos(x)^8$$

```
> simplify(sin(x)^10-cos(x)^10);
```

$$-2\cos(x)^{10} + 1 - 5\cos(x)^2 + 10\cos(x)^4 - 10\cos(x)^6 + 5\cos(x)^8$$

```
> simplify (cos(x)^2*sin(x)^4-cos(x)^4*sin(x)^2);
```

$$-3\cos(x)^4 + \cos(x)^2 + 2\cos(x)^6$$

Ta có thể rút gọn biểu thức theo ý muốn

Ví dụ

```
th1:=((sin(x)^10-cos(x)^10)+sqrt(1+2*x+x^2)+exp(x)^2);
```

$$th1 := \sin(x)^{10} - \cos(x)^{10} + \sqrt{(1+x)^2} + \left(e^x\right)^2$$

Ta rút gọn phần mũ:

```
> simplify(th1,power);
```

$$\sin(x)^{10} - \cos(x)^{10} + \mathrm{csgn}(1+x)(1+x) + \exp^2$$

Bằng cách làm như vậy ta luôn rút gon được biểu thức lượng giác nói riêng và biểu thức nói chung.

II. NHỮNG TÍNH TOÁN THỐNG KÊ BẰNG MAPLE

Để tìm các số đặc trưng của bảng số liệu thống kê, ta phải sắp xếp các số liệu thống kê theo kiểu tập hợp hay kiểu mảng. Maple làm điều này thật kì diệu. Tuy nhiên chúng ta cũng phải dùng những ngôn ngữ lập trình trong maple. Sau đây là một số ví dụ.

```
> ord :=proc(a,b)
> if a<=b then true else false fi;
> end:
> sort([4,7,8,9,22,45,3,6,5,4 9,23,34],ord);
```

[3. 4. 4. 5. 6. 7. 8, 9. 9, 22. 23. 34. 45]

```
> taphop1:={4,7,8,9,22.45.3,6,5,4,9,23,34};
```

taphop1 := {3. 4. 5. 6, 7. 8, 9. 22. 23. 34, 45}

Tổng của tập hợp

```
> nops(taphop1);
```

11

Ta chú ý rằng lệnh **sort** là để sắp xếp ; lệnh **nops** để đếm số phần tử của tập hợp hoặc danh sách.

Từ đó ta tính được các số đặc trưng:

Tổng số danh sách là :

```
> ds:=[3, 4, 4, 5, 6. 7, 8, 9, 9  22, 23, 34, 45];
```

ds := [3, 4. 4, 5. 6, 7. 8. 9, 9, 22, 23, 34. 45]

Tổng của danh sách

```
> convert(ds,`+`);
```

179

Số phần tử của danh sách:

```
> convert(ds,table);
```

table([1 = 3, 2 = 4, 3 = 4, 4 = 5, 5 = 6, 6 = 7

7 = 8, 8 = 9, 9 = 9, 10 = 22, 11 = 23, 12 = 34, 13 = 45])

405

```
> nops(ds);
```

$$13$$

Số trung bình cộng là:

```
> TB:=(179/13);
```

$$TB := \frac{179}{13}$$

Số trung vị là số thứ 7 trong danh sách:

```
> TV:=op(7,ds);
```

$$TV := 8$$

Mốt: Nhìn vào danh sách đã sắp xếp ta thấy *Mốt là* 4 và 9.

Như vậy dùng Maple ta có thể tính toán các số liệu thống kê một cách chính xác.

III. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG MAPLE

Cũng như phương trình và hệ phương trình, Maple giải bất phương trình một cách hiệu quả.

1. Ta có thể giải bất phương trình một cách trực tiếp bằng lệnh solve

Ví dụ Giải bất phương trình $x^2 < 1$

```
> solve({x^2<1},{x});
```

$$\{-1 < x, x < 1\}$$

Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 10x + 25} < x^2 - 4$

```
> solve({sqrt(x^2-10*x+25)<x^2-4} {x});
```

$$\{x < -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{37}\}.\{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{37} < x\}$$

Giải bất phương trình $|x+1| \le |x| - x + 2$.

```
> solve({abs(x+1)<=abs(x)-x+2} {x});
```

$$\{x \le 1\}$$

Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình

a) $\begin{cases} |x-1|<1 \\ |y+1|<2 \end{cases}$

```
> solve({abs(x-1)<1,abs(y+1)<=2},{x,y});
```

$$\{y \le 1, x = x, -3 \le y\}$$

```
> solve ({x^2<1,x^2-3*x<3},{x});
```

$$\{x < 1, \text{RootOf}(_Z^2 - 3_Z - 3, .79128878475) < x\}$$

Giải hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \\ x^2 - 11x + 28 \ge 0 \end{cases}$$

```
> solve({x^2-2*x-3>0,x^2-11*x+28>=0},{x});
```

$$\{x < -1\}, \{3 < x, x \le 4\}, \{7 \le x\}$$

2. Xác định bất phương trình rồi giải

Ví dụ. Giải bất phương trình $x + m + \dfrac{5}{x+m} < 100$

```
> iniq1:=(x+m+4/(x+m)<100);
```

$$iniq1 := x + m + \frac{4}{x+m} < 100$$

```
> solve(iniq1,{x});
```

$$\{x < -m\}, \{50 - 8\sqrt{39} - m < x, x < 50 + 8\sqrt{39} - m\}$$

Ta có thể chỉ ra các ví dụ khác trong sách bài tập đại số 10 nâng cao.

```
> bpt2:=(4*(x+1/2)>sqrt(5*x^2+61*x));
```

$$bpt2 := \sqrt{5x^2 + 61x} < 4x + 2$$

```
> solve(bpt2,{x});
```

$$\{0 \le x, x < \frac{1}{11}\}, \{4 < x\}$$

```
> bpt3:=((9*x^2-4)/sqrt(5*x^2-1)<=3*x+2);
```

$$bpt3 := \frac{9x^2 - 4}{\sqrt{5x^2 - 1}} \le 3x + 2$$

```
> solve(bpt3,{x});
```

$$\{-\frac{2}{3} \le x,\ x < -\frac{1}{5}\sqrt{5}\}.\{\frac{1}{5}\sqrt{5} < x,\ x < \frac{5}{2}\}$$

```
> bpt4:=((abs(x+2)-abs(x))/sqrt(4-x^3)>0);
```

$$bpt4 := 0 < \frac{|x+2| - |x|}{\sqrt{4 - x^3}}$$

```
> solve(bpt4 {x});
```

$$\{-1 < x,\ x < 2^{(2/3)}\}$$

MỤC LỤC

Trang

Chương IV. **Bất đẳng thức và bất phương trình** **3**

§1. Bất đẳng thức và chứng minh bất đẳng thức 5
Luyện tập 28
§2. Đại cương về bất phương trình 35
§3. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn 52
Luyện tập 64
§4. Dấu của nhị thức bậc nhất 70
Luyện tập 86
§5. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn 96
Luyện tập 106
§6. Dấu của tam thức bậc hai 110
§7 Bất phương trình bậc hai 122
Luyện tập 134
§8.Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai 141
Luyện tập 153
Ôn tập chương IV 161

Chương V. **Thống kê** **180**

§1. Một vài khái niệm mở đầu 182
§2. Trình bày một mẫu số liệu 187
Luyện tập 211
§3. Các số đặc trưng của mẫu số liệu 216
Luyện tập 237
Ôn tập chương V 241

Chương VI. **Góc lượng giác và công thức lượng giác** **259**

§1. Góc và cung lượng giác 261
Luyện tập 274

§2. Giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác 280
Luyện tập 300
§3. Giá trị lượng giác của các góc (cung) có liên quan đặc biệt 305
Luyện tập 317
§4. Một số công thức lượng giác 324
Luyện tập 342
Ôn tập chương VI 349
ôn tập cuối năm 462

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG

ĐẠI SỐ 10 NÂNG CAO - TẬP HAI

TRẦN VINH

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản :

NGUYỄN KHẮC OÁNH

Biên tập :

PHẠM QUỐC TUẤN

Vẽ bìa :

TÀO THANH HUYỀN

Trình bày :

CHU MINH

Sửa bản in

PHẠM QUỐC TUẤN

In 1.000 cuốn, khổ 17 x 24 cm, tại Công ti CP in Phúc Yên.
Giấy phép xuất bản số: 68 2009/CXB/67[t] TK 06/HN.
In xong và nộp lưu chiểu năm 2009.

Sách liên kết với
Công ty cổ phần In và Phát hành sách Việt Na

INPHAVI
Phát hành tại Công ty cổ phần In và Phát hành sách V
Địa chỉ : 178 - Đông Các - Đống Đa - Hà Nội
ĐT : (04) 5.115921 - Fax : (04) 5.115921

Thiết kế BG Đại số 10 NC T2(C2) 1
2038078
48.000 Đ

Giá: 48.000đ